

УДК 551.594

О ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ИСТОЧНИКОВ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Н. Н. Слюняев^{*1}, А. А. Жидков²

¹ Институт прикладной физики РАН;

² Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Рассматривается вопрос о параметризации источников в моделях глобальной электрической цепи (ГЭЦ). Исследуется связь распределений плотности заряда и плотности стороннего тока внутри грозового облака в рамках одномерного описания и трёхмерной модели ГЭЦ. Показано, что на структуру распределения заряда внутри облака существенное влияние оказывает резкое изменение проводимости вблизи его границ. Найдены некоторые ограничения на распределение плотности заряда в реальном облаке. Показано, что влияние неоднородности проводимости в области источника ГЭЦ может быть учтено путём введения эффективной плотности стороннего тока. Обосновывается замена в моделях ГЭЦ реальных грозовых облаков на эквивалентные токовые диполи; получена формула для нахождения эквивалентного тока, исследована область её применимости. Обсуждаются соотношения между основными характеристиками ГЭЦ при различных параметризациях её источников.

ВВЕДЕНИЕ

В современных исследованиях электрических процессов в атмосфере общепринятой является концепция глобальной электрической цепи (ГЭЦ) [1, 2]. В основе этой концепции лежит представление об атмосфере как о распределённом токовом контуре, в котором грозовые облака выступают в роли источников, так что в областях с грозовыми облаками квазистационарный ток течёт вверх, а в областях хорошей погоды — вниз; замыкают цепь токи, протекающие по поверхности Земли и в ионосфере. Разность потенциалов между поверхностью Земли и нижней ионосферой — так называемый ионосферный потенциал — в каждый момент времени приблизительно постоянна по всей Земле и является одной из важнейших количественных характеристик ГЭЦ, допускающих измерение [3]. Основная задача моделирования ГЭЦ — отыскание полей и токов во всей атмосфере. Важно отметить, что в данной работе в качестве источников ГЭЦ рассматриваются квазистационарные грозовые генераторы; вопрос о влиянии молниевых разрядов на ГЭЦ до конца не решён, но ряд исследований позволяют предположить, что молнии не вносят большого вклада в полный ток цепи [4] и ионосферный потенциал [5, 6].

В большинстве существующих моделей ГЭЦ используется ряд упрощающих предположений и в той или иной форме задаются распределения электрических источников (соответствующих грозовым облакам) в атмосфере. В таком случае после выбора геометрии задачи и граничных условий входными данными модели ГЭЦ являются распределения электрической проводимости и грозовых генераторов; последние практически во всех существующих моделях представляются в виде заданных распределённых или точечных источников стороннего тока, дополнительного по отношению к току проводимости (см., например, [5, 7–9]).

Сторонний ток связан с процессом разделения зарядов внутри облаков и обычно считается направленным вверх в соответствии с предположением о том, что их крупномасштабную электрическую структуру можно аппроксимировать диполем. Представление о дипольной структуре облака с выделенными областями положительного заряда в его верхней части и отрицательного

^{*} slyunyaev.n@gmail.com

заряда в его нижней части возникло на основании наземных измерений электрического поля в начале 20-го века [10, 11]. Более поздние измерения с применением аэростатов показали, что правильнее говорить о трёхполусной структуре облака, поскольку вблизи его нижней границы, как правило, существует дополнительный положительный заряд, хотя и меньший по величине, чем основной отрицательный [12, 13]. Дальнейшие исследования подтвердили типичность трёхполусной структуры облаков [14]. Современные измерения показывают, что на самом деле электрическая структура облака ещё более сложна [15], однако при моделировании ГЭЦ представляется разумным ограничиться двух- или трёхполусной аппроксимацией.

Грозовые генераторы в задачах атмосферного электричества либо описываются как точечные источники (см., например, [7, 8]), либо представляются в виде некоторого непрерывного распределения стороннего тока с довольно простой структурой (см., например, [16, 17]). Ясно, что при таком описании теряется много информации: структура распределения зарядов в облаке изменяется в ходе его развития [18–20] и может быть существенно разной для областей восходящих и нисходящих конвективных потоков [21]; кроме того, характерные параметры этой структуры различны для грозовых облаков различных типов, не говоря уже о негрозовых электрифицированных облаках и мезомасштабных конвективных системах, также дающих вклад в ГЭЦ (по поводу моделирования последних см. [16]). Некоторый обзор накопленных к началу 21-го века данных об электрической структуре источников ГЭЦ представлен в книге [22], однако ввиду трудностей, с которыми сопряжены соответствующие эксперименты, на многие возникающие в этой связи вопросы по сей день не получено определённого ответа.

Помимо собственно структуры стороннего тока, связанного с разделением зарядов в облаке и обеспечивающего его функционирование в качестве генератора, для моделей ГЭЦ важны многие сопутствующие эффекты. Например, прилипание ионов к гидрометеорам в облаке должно приводить к понижению его внутренней проводимости (хотя на стадии наиболее интенсивной молниевой активности в облаке влияние такого прилипания, вероятно, может быть хотя бы частично компенсировано дополнительной ионизацией), что может значительно повлиять на вклад облака в ионосферный потенциал [23]. Кроме того, под грозовыми облаками ввиду высоких значений электрического поля могут играть существенную роль эффекты, связанные с короной (см., например, [24]).

Исходя из сказанного выше ясно, что при моделировании сложно с достаточной точностью количественно описать типичные источники ГЭЦ ввиду отсутствия необходимых данных измерений. Во многом именно поэтому все существующие на сегодняшний день модели ГЭЦ описывают источники упрощённо и основываясь на наиболее элементарных гипотезах об их структуре. Такое описание вполне достаточно для качественного решения многих задач, связанных с атмосферным электричеством. Вместе с тем следует быть очень осторожными при количественных оценках параметров ГЭЦ на основании таких упрощённых представлений и понимать, насколько результаты моделирования зависят от используемых параметризаций. Целью настоящей работы является исследование данного вопроса путём решения ряда модельных задач.

1. МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Воспользуемся стационарной моделью ГЭЦ, описанной в работе [17]. В данной модели атмосфера представляет собою сферический слой Ω , заключённый между хорошо проводящими поверхностью Земли Σ_1 и нижней границей ионосферы Σ_2 , которые представляют собой концентрические сферы. В этом случае система уравнений для потенциала φ электрического поля

$\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ может быть записана в виде

$$\nabla(\sigma\nabla\varphi) = \nabla\mathbf{j}_s, \quad (1)$$

$$\oint_{\Sigma_1} \sigma\nabla\varphi d\mathbf{S} = \oint_{\Sigma_1} \mathbf{j}_s d\mathbf{S}, \quad (2)$$

$$\varphi|_{\Sigma_1} = 0, \quad \varphi|_{\Sigma_2} = V_i, \quad (3)$$

где σ — удельная проводимость, $\mathbf{j}_s$ — плотность стороннего тока, связанного с источниками ГЭЦ и входящего в закон Ома $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{j}_s$ (здесь $\mathbf{j}$ — полная плотность электрического тока), V_i — ионосферный потенциал, который предполагается постоянным, но определяется в ходе решения вместе с неизвестной функцией φ . Уравнения (1) и (2) соответствуют стационарным уравнениям Максвелла в области Ω , из которых в данном случае можно исключить магнитное поле (отметим, что для рассматриваемой нами геометрии области Ω условие (2) не является простым следствием уравнения (1) и должно обязательно учитываться как независимое уравнение), а граничные условия (3) означают постоянство потенциала на нижней и верхней границах атмосферы. Важно отметить, что задача (1)–(3) корректна, т. е. при заданных пространственных распределениях σ и $\mathbf{j}_s$ однозначно определяется пространственное распределение потенциала φ и, соответственно, величина V_i (см. подробнее [17]).

Уравнения (1)–(3) описывают простейшую модель ГЭЦ, входными данными которой служат распределения σ и $\mathbf{j}_s$. Строго говоря, при анализе ГЭЦ в дополнение к грозовым облакам следовало бы ещё учитывать магнитосферные и ионосферные генераторы, однако при введении в модель ГЭЦ таких распределённых источников она должна включать заметно большую, чем атмосфера, область пространства и быть существенно более сложной. Вместо этого такие генераторы обычно включаются в модели ГЭЦ в виде искусственных граничных условий, уточняющих простейшую постановку задачи (см., например, [25–27]). Поэтому при изучении эффектов, связанных с атмосферными генераторами ГЭЦ, можно ионосферные и магнитосферные генераторы не рассматривать.

Важным вопросом является влияние на распределение потенциала φ и основные параметры ГЭЦ особенностей грозовых генераторов. Прежде чем переходить к конкретным модельным задачам, полезно обсудить с теоретической точки зрения концепцию, в рамках которой такие задачи могут быть рассмотрены.

Мы предполагаем, что в атмосфере в каждый момент времени существует некоторое количество грозовых облаков, поддерживающих разность потенциалов между Землёй и нижней ионосферой. Каждому такому облаку соответствует некоторое распределение стороннего тока (отличное от нуля лишь внутри облака), а также, вообще говоря, некоторые связанные с ним локальные неоднородности проводимости. Уравнения (1)–(3) линейны по стороннему току; нетрудно убедиться, что при фиксированном распределении проводимости для сторонних токов и созданных ими распределений потенциала справедлив принцип суперпозиции. Разумеется, неоднородности проводимости, связанные с различными облаками, не подчиняются аналогичному принципу, так что, строго говоря, при расчёте распределения потенциала, создаваемого некоторым отдельно взятым облаком, необходимо учитывать и неоднородности проводимости, связанные со всеми остальными облаками. Однако при достаточно большом среднем расстоянии между облаками можно считать, что такие локальные неоднородности являются возмущениями на фоне некоторого усреднённого распределения проводимости, и при расчёте потенциала, создаваемого отдельным облаком, ими можно пренебрегать [23]. Таким образом, можно говорить о вкладе отдельного грозового генератора в распределение потенциала и ионосферный потенциал и считать, что распределение потенциала в атмосфере является суперпозицией вкладов отдельных облаков,

каждый из которых может быть рассчитан независимо от других.

В экспериментальных и теоретических исследованиях грозовых генераторов для описания их структуры гораздо чаще пользуются плотностью заряда ρ , чем плотностью стороннего тока $\mathbf{j}_s$. Во многом это объясняется тем, что плотность заряда можно оценить по измерениям связанного с ней посредством закона Гаусса электрического поля, в то время как плотность стороннего тока не выражается так просто через распределение электрического поля без дополнительных упрощающих предположений. В то же время источником в моделях ГЭЦ служит именно распределение плотности стороннего тока, характеризующее процесс разделения зарядов внутри грозовых генераторов. Поэтому вопрос о связи между ρ и $\mathbf{j}_s$ представляет особый интерес для задач, связанных с моделированием ГЭЦ.

Одними из первых этот вопрос затронули авторы работы [7]. В ней рассматривалась простая модель грозового облака в виде двух точечных зарядов противоположных знаков, которые поддерживаются сторонним током. Воспользовавшись законом Гаусса, авторы получили из уравнения (1) выражение для плотности заряда

$$\rho = -\varepsilon_0 \Delta \varphi = \frac{\varepsilon_0 \nabla \sigma \nabla \varphi}{\sigma} - \frac{\varepsilon_0 \nabla \mathbf{j}_s}{\sigma}, \quad (4)$$

в котором первое слагаемое называли плотностью заряда среды, а второе — плотностью заряда источника, и пришли к некоторым соотношениям, связывающим отвечающие второму слагаемому точечные заряды и значение стороннего тока (здесь и далее мы пользуемся системой СИ; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума). Стоит подчеркнуть, однако, что такое разделение полной плотности заряда на два слагаемых весьма условно, т. к. распределение потенциала φ также формируется и источниками стороннего тока $\mathbf{j}_s$, поэтому противопоставлять эти слагаемые не вполне корректно.

Более сложная задача рассматривалась в работах [16, 28], где распределение стороннего тока восстанавливалось по измеренному профилю электрического поля в грозовом облаке. Для этого были сделаны упрощающие предположения о структуре распределения стороннего тока в виде нескольких плоскопараллельных горизонтальных слоёв, в каждом из которых ток направлен вертикально и не зависит от высоты, а его зависимость от поперечных координат задана в явном виде. После определения по виду экспериментально установленного профиля электрического поля границ токовых слоёв значения стороннего тока в этих слоях находились из условия наилучшего согласия соответствующего модельного профиля электрического поля и экспериментальных данных.

Рассмотрим подробнее вопрос о связи ρ и $\mathbf{j}_s$ с теоретической точки зрения. Пусть речь идёт об отдельно взятом облаке и его вкладе в суммарное распределение потенциала. Пространственное распределение проводимости σ будем считать известным.

Зная распределение стороннего тока $\mathbf{j}_s$, можно однозначно определить распределение плотности заряда ρ . Действительно, как отмечалось выше, система уравнений (1)–(3) при заданных распределениях σ и $\mathbf{j}_s$ однозначно определяет электрический потенциал φ , который, в свою очередь, однозначно определяет плотность заряда ρ согласно формуле (4). Обратная задача — нахождение стороннего тока $\mathbf{j}_s$ по заданному распределению ρ — не имеет такого простого решения. Более того, даже по известному распределению электрического поля в атмосфере поддерживающий его сторонний ток $\mathbf{j}_s$ не может быть определён однозначно. Действительно, из уравнений (1)–(3) по известному распределению φ можно восстановить только дивергенцию вектора $\mathbf{j}_s$ и его поток $\mathbf{j}_s$ через нижнюю границу атмосферы Σ_1 ; ясно, что сам ток $\mathbf{j}_s$ может быть найден лишь с точностью до ротора некоторого векторного поля, заданного в области, ограниченной поверхностью Σ_2 . Впрочем, следует заметить, что источником в уравнении (1) является именно $\nabla \mathbf{j}_s$,

так что с точки зрения моделирования ГЭЦ нет необходимости однозначно восстанавливать сам сторонний ток $\mathbf{j}_s$.

Пусть распределение пространственной плотности заряда ρ известно. Обсудим вопрос о нахождении формирующего это распределение стороннего тока. Полагая заряд Земли равным известной величине Q , можно убедиться (см., например, работу [17], где подобные рассуждения приведены для уравнений (1)–(3)), что система уравнений для потенциала может быть представлена в виде

$$\varepsilon_0 \Delta \varphi = -\rho, \quad (5)$$

$$\varepsilon_0 \oint_{\Sigma_1} \nabla \varphi \, d\mathbf{S} = -Q, \quad (6)$$

$$\varphi|_{\Sigma_1} = 0, \quad \varphi|_{\Sigma_2} = V_i \quad (7)$$

и имеет единственное решение; как и в уравнениях (1)–(3), ионосферный потенциал V_i здесь предполагается постоянной, но неизвестной величиной. Однако если отказаться от интегрального условия (6), одного уравнения (5) с граничными условиями (7) будет недостаточно для однозначного определения потенциала φ и значения V_i . Это значит, что известного распределения ρ недостаточно и для однозначного нахождения соответствующего распределения $\mathbf{j}_s$. Разумеется, при заданном значении V_i задача имела бы единственное решение и без условия (6), однако вычислить вклад конкретного источника в ионосферный потенциал, не зная распределение стороннего тока, невозможно.

Таким образом, в общем случае невозможно однозначно (даже с точностью до ротора некоторого векторного поля) восстановить плотность стороннего тока $\mathbf{j}_s$ по заданной плотности заряда ρ . Это объясняет, почему при решении подобных задач, необходимых для моделирования источников ГЭЦ в соответствии с данными измерений, неизбежно приходится прибегать к дополнительным упрощающим предположениям.

2. ОДНОМЕРНОЕ ОПИСАНИЕ ИСТОЧНИКА ГЭЦ

Рассмотрим задачу о вкладе отдельного источника ГЭЦ в полное распределение потенциала. Поскольку источники ГЭЦ представляют собою довольно сложные распределённые системы, точное описание такого вклада должно быть, строго говоря, основано на анализе уравнений (1)–(3). В общем случае такая задача может быть решена лишь при помощи численного моделирования. Вместе с тем полезно провести некоторые предварительные оценки с помощью упрощённых моделей, широко применяемых при теоретическом анализе ГЭЦ.

Весьма распространённый подход к моделированию ГЭЦ — построение эквивалентного электрического контура, в котором различные области пространства заменяются на соединённые определённым образом резисторы и источники; при этом неявно предполагается, что в областях грозы ток направлен вверх, а в областях хорошей погоды — вниз (т.е. локально задача становится одномерной). Такой подход в общем случае неточен с количественной точки зрения, но в целом хорошо описывает качественный характер связей и зависимостей между параметрами ГЭЦ (см., например, [23]). Здесь мы применим аналогичный метод, однако вместо перехода к эквивалентному контуру воспользуемся одномерным приближением. Вопрос о применимости подобного подхода в различных задачах обсуждался, например, в работах [23] и [29].

На рис. 1 схематически представлена модель ГЭЦ с одним источником, которую мы будем использовать для оценок. Вся атмосфера разделена на два столбца, соответствующих области источника и области хорошей погоды; в каждом из этих столбцов все величины: проводимость σ ,

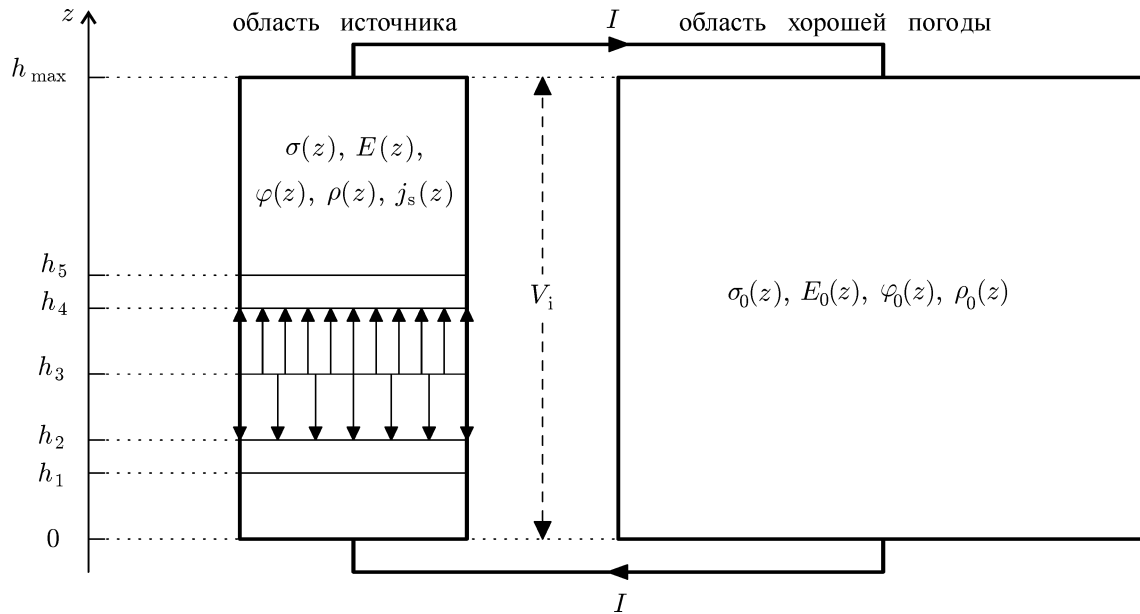


Рис. 1. Схематическое изображение одномерной модели ГЭЦ с одним источником

вертикальное электрическое поле E , его потенциал φ , плотность заряда ρ , вертикальный сторонний ток j_s — предполагаются зависящими лишь от высоты z над поверхностью Земли (при этом для обозначения величин, отвечающих области хорошей погоды, мы используем индекс 0). Область источника и область хорошей погоды в такой модели связаны посредством предположения об эквипотенциальности нижней и верхней границ атмосферы.

Интегрируя уравнение непрерывности (1), получаем, что полный ток I в цепи постоянен на всех высотах в каждой из двух рассматриваемых областей, а именно справедливы соотношения

$$\sigma(z)E(z) + j_s(z) = \frac{I}{\gamma S_E}, \quad (8)$$

$$\sigma_0(z)E_0(z) = -\frac{I}{(1-\gamma)S_E}, \quad (9)$$

где S_E — площадь поверхности Земли, γ — доля поверхности Земли, занятая источником. Интегральное условие (2) автоматически учтено в соотношениях (8) и (9), а граничные условия (3) означают, что

$$V_i = -\int_0^{h_{\max}} E(z) dz = -\int_0^{h_{\max}} E_0(z) dz, \quad (10)$$

где $h_{\max}$ — высота модельной атмосферы.

Как и точные уравнения (1)–(3), уравнения одномерного приближения (8)–(10) позволяют по заданным зависимостям $\sigma(z)$, $\sigma_0(z)$ и $j_s(z)$ найти $E(z)$, $E_0(z)$, V_i и I . Действительно, выражая $E(z)$ и $E_0(z)$ через I с помощью (8) и (9) и подставляя эти соотношения в (10), получим систему из двух уравнений относительно величин V_i и I . Решение этой системы можно записать в виде

$$V_i = \gamma \int_0^{h_{\max}} \frac{j_s(z) dz}{\sigma(z)} \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} \Big/ \left[\gamma \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} + (1-\gamma) \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma(z)} \right], \quad (11)$$

$$\frac{I}{S_E} = \gamma(1 - \gamma) \int_0^{h_{\max}} \frac{j_s(z) dz}{\sigma(z)} / \left[\gamma \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} + (1 - \gamma) \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma(z)} \right]. \quad (12)$$

Профили электрического поля $E(z)$ и $E_0(z)$ могут быть найдены из уравнений (8) и (9).

Рассмотрим вопрос о связи стороннего тока и плотности заряда в рамках одномерной модели, описываемой уравнениями (8)–(10). Как и в общем случае, рассмотренном в разделе 1, зная сторонний ток и проводимость, всегда можно найти распределение заряда. Действительно, как уже отмечалось, при заданных распределениях $\sigma(z)$, $\sigma_0(z)$ и $j_s(z)$ мы можем найти электрическое поле в каждой из двух областей с помощью уравнений (8), (9) и (12), а затем отыскать плотность заряда по формуле (4), которая в одномерном приближении имеет вид

$$\rho(z) = \varepsilon_0 dE(z)/dz \quad (13)$$

в области источника и аналогичный вид в области хорошей погоды.

Проиллюстрируем этот алгоритм на конкретном примере. Предположим, что облако имеет структуру, схематически показанную на рис. 1, т.е. представляет собой область в интервале высот $h_1 < z < h_5$, внутри которой выделены область восходящего стороннего тока ($h_3 < z < h_4$) и расположенная под ней область нисходящего стороннего тока ($h_2 < z < h_3$). Такая модельная структура отражает два обстоятельства: во-первых, отличие распределения стороннего тока от обычно используемого в моделях ГЭЦ дипольного приближения (можно ожидать, что заданная двухслойная структура стороннего тока обеспечит близкое к трёхполосному распределение заряда внутри области); во-вторых, тот факт, что область источников, в которой непрерывно протекают процессы разделения заряда, занимает, вообще говоря, лишь некоторую часть облака.

Мы предполагаем, что проводимость $\sigma_0(z)$ в области хорошей погоды экспоненциально возрастает с высотой, а проводимость $\sigma(z)$ в модельном столбце, содержащем источник (левый столбец на рис. 1), отличается от $\sigma_0(z)$ только понижающим коэффициентом K_σ при $h_1 < z < h_5$. Плотность стороннего тока $j_s(z)$ предполагается постоянной и положительной в области $h_3 < z < h_4$ и постоянной и отрицательной в области $h_2 < z < h_3$; вне указанных интервалов $j_s(z) = 0$. При этом нисходящий ток мы предполагаем меньшим по абсолютной величине, чем восходящий ток, а соответствующий нисходящему току интервал высот меньше интервала высот восходящего тока в соответствии с тем, что в большинстве облаков верхний положительный заряд выражен сильнее, чем нижний положительный. Ясно, что сравнивать восходящий и нисходящий ток нужно с учётом экспоненциально растущей проводимости, поскольку и на основные параметры цепи (см. (11) и (12)), и на плотность заряда на границе области стороннего тока влияет именно отношение $j_s(z)/\sigma(z)$. Однако поскольку нисходящий ток расположен в более низком слое атмосферы, где проводимость меньше, то это служит лишь дополнительным аргументом в пользу того, что он должен быть меньше восходящего. Формально распределения проводимости и стороннего тока задаются соотношениями

$$\sigma_0(z) = \sigma_{00} \exp(z/H), \quad (14)$$

$$\sigma(z) = \sigma_0(z) \begin{cases} K_\sigma, & h_1 < z < h_5; \\ 1, & z < h_1, z > h_5, \end{cases} \quad (15)$$

$$j_s(z) = \begin{cases} J_+, & h_3 < z < h_4; \\ -J_-, & h_2 < z < h_3; \\ 0, & z < h_2, z > h_4. \end{cases} \quad (16)$$

Строго говоря, в этой задаче следовало бы также учесть эффекты, связанные с коронными разрядами под облаком [24]. Наиболее просто это можно сделать, вводя вблизи земной поверхности область повышенной проводимости либо дополнительный сторонний ток под облаком, связанный с конвекцией. Однако для достоверности такой параметризации нужна адекватная микрофизическая модель процессов, происходящих под облаком, и в данной работе этот вопрос не рассматривается.

Используемые для расчёта профили $\sigma(z)$ и $j_s(z)$ изображены на рис. 2а и б соответственно. В окрестности граничных высот h_i , где $i = 1, 2, \dots, 5$, были введены небольшие переходные области с высотой 0,5 км, в которых скачкообразное изменение проводимости и стороннего тока было заменено на плавное синусоидальное, чтобы соответствующий профиль плотности заряда $\rho(z)$ выглядел более наглядно: в случае скачков зависимостей $\sigma(z)$ или $j_s(z)$ при дифференцировании поля появились бы дельта-функции, и профиль $\rho(z)$ состоял бы из непрерывной и дискретной частей. Значения высот h_i выбраны произвольно, но так, чтобы модельное облако по своей структуре не сильно отличалось от наблюдаемых (см., например, [18]). Главная трудность здесь заключается в том, что, во-первых, структура облаков над различными частями земной поверхности может сильно различаться и, во-вторых, установить характерные параметры даже для конкретных типов облаков довольно сложно из-за крайне малого количества имеющихся данных, тем более что сторонний ток непосредственно в экспериментах не определяется. Однако для целей нашего модельного исследования достаточно и качественного согласия с имеющимися представлениями.

На рис. 2в и г показаны профили электрического поля и плотности заряда в области источника, отвечающие модельным зависимостям $\sigma(z)$ и $j_s(z)$. Параметр γ был выбран соответствующим источнику с диаметром 15 км. Важно отметить, что речь здесь идёт именно о вкладе одного источника в глобальное распределение электрического поля. Впрочем, исходя из традиционных представлений о ГЭЦ, в соответствии с которыми суммарный ионосферный потенциал составляет порядка 250 кВ, а полный ток в цепи — порядка 1 000 А (см., например, [30]), нетрудно убедиться в том, что поле хорошей погоды, создаваемое всеми остальными источниками, не будет оказывать значительного воздействия на структуры, показанные на рис. 2 (соответствующие оценки можно провести, например, воспользовавшись формулой (9) и аналогом формулы (13) для области хорошей погоды).

На рис. 2г также приведены интегральные значения электрического заряда, соответствующие различным интервалам высот. Видно, что в рассматриваемом модельном облаке действительно можно выделить протяжённые области положительного и отрицательного заряда, а наибольшие заряды аккумулируются, как и следовало ожидать, в переходных для зависимостей $\sigma(z)$ и $j_s(z)$ областях. Характерной особенностью такой зависимости $\rho(z)$ является наличие, помимо основного трёхполосного распределения заряда, связанного с источниками стороннего тока, отрицательного заряда в окрестности верхней границы облака и гораздо более значительного положительного заряда в окрестности нижней границы облака. Эти заряды связаны с резким изменением проводимости в граничной области (см. [31], где подобный эффект исследовался экспериментально на нижней границе облака в области хорошей погоды).

Говоря об интегральных зарядах в различных областях атмосферы, полезно отметить следующее. В соответствии с уравнениями (8) и (13) интегральный заряд в области источников, заключённый в слое $a < z < b$, можно представить в виде

$$Q_{[a,b]} = \gamma S_E \int_a^b \rho(z) dz = \varepsilon_0 \gamma S_E [E(b) - E(a)] = \varepsilon_0 I \left[\frac{1}{\sigma(b)} - \frac{1}{\sigma(a)} \right] + \varepsilon_0 \gamma S_E [j_s(a) - j_s(b)].$$

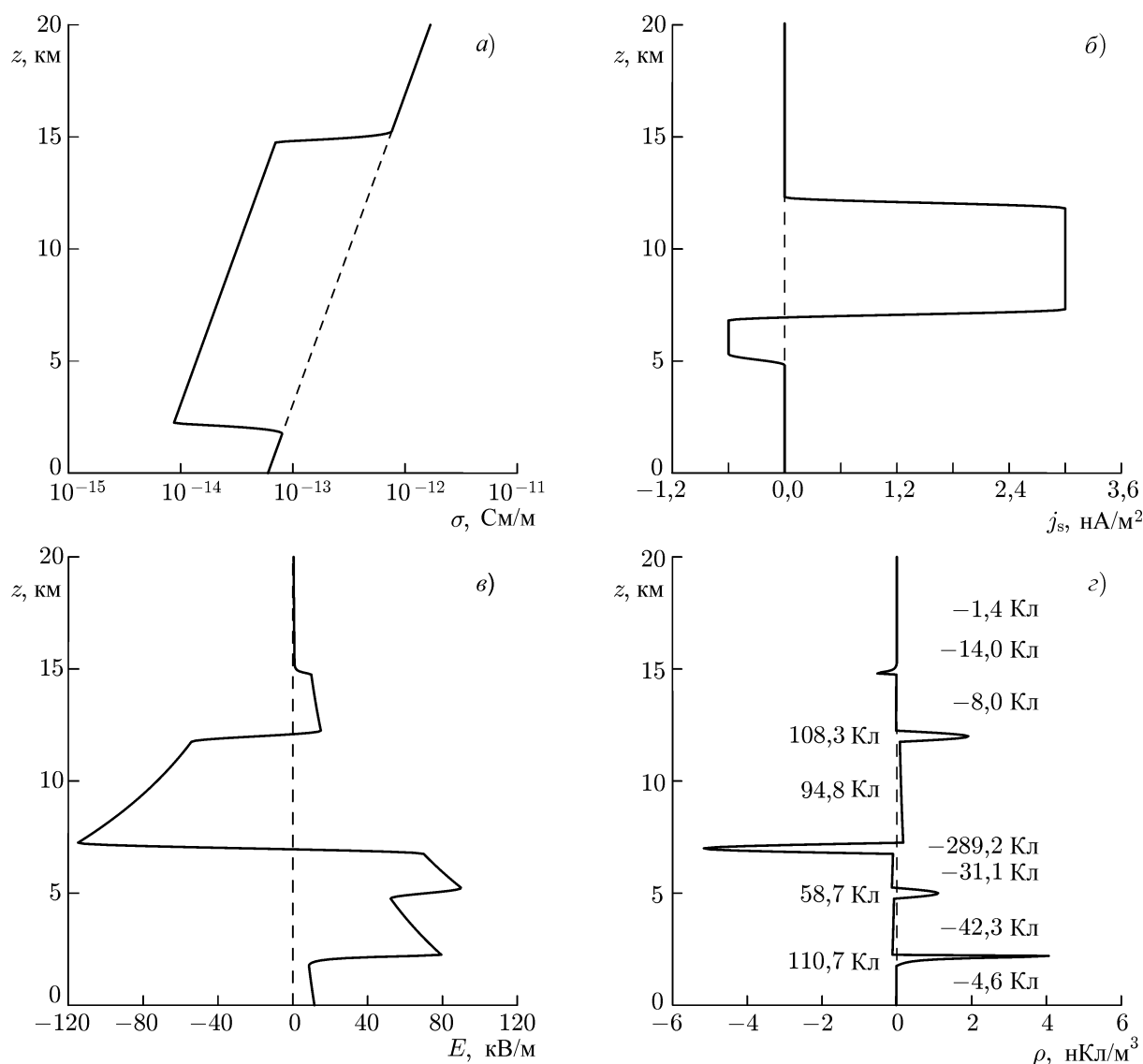


Рис. 2. (а) Модельный вертикальный профиль проводимости в области источника (сплошная линия) и в области хорошей погоды (пунктирная линия); (б) модельный вертикальный профиль плотности стороннего тока в области источника; (в) рассчитанный в одномерном приближении вертикальный профиль электрического поля в области источника; (г) рассчитанные вертикальный профиль объёмной плотности заряда в области источника и интегральные значения заряда в области источника для различных интервалов высот (верхняя граница верхнего интервала совпадает с верхней границей атмосферы). Основные параметры, использованные при расчёте: $h_1 = 2$ км, $h_2 = 5$ км, $h_3 = 7$ км, $h_4 = 12$ км, $h_5 = 15$ км, $h_{\max} = 70$ км, $\sigma_{00} = 6 \cdot 10^{-14}$ См/м, $H = 6$ км, $K_\sigma = 0,1$, $J_+ = 3$ нА/м², $J_- = 0,6$ нА/м², диаметр облака 15 км

Из этого выражения видно, что суммарный заряд в таком слое в одномерном приближении определяется полным изменением проводимости $\sigma(z)$ и плотности стороннего тока $j_s(z)$ на масштабе этого слоя. Это означает, что если проводимость внутри облака ниже проводимости окружающей атмосферы, то вблизи его границ неизбежно существуют заряды, по абсолютной величине не зависящие от характера поведения проводимости вблизи границ слоя. Отметим также, что численные расчёты, основанные на решении исходных уравнений (1)–(3), показывают наличие и на боковых границах модельного облака зарядов, связанных с резким изменением проводимости

(см. [17]); здесь мы, однако, не будем подробно исследовать этот вопрос.

Рассмотрим теперь задачу, в некотором смысле обратную к обсуждавшейся выше, в которой по известной плотности заряда $\rho(z)$ нужно найти создающий её сторонний ток $j_s(z)$. Как уже отмечалось в разделе 1, в общем случае для однозначного восстановления стороннего тока по плотности заряда необходимо сделать некоторые дополнительные предположения.

В одномерном приближении задача определения распределения $j_s(z)$ по $\rho(z)$ сводится к интегрированию. Электрическое поле $E(z)$ с помощью (13) выражается как

$$E(z) = E(h_{\max}) - \frac{1}{\varepsilon_0} \int_z^{h_{\max}} \rho(u) du, \quad (17)$$

а соответствующая плотность стороннего тока в силу (8) может быть представлена в виде

$$j_s(z) = j_s(h_{\max}) + \sigma(h_{\max})E(h_{\max}) - \sigma(z)E(h_{\max}) + \frac{\sigma(z)}{\varepsilon_0} \int_z^{h_{\max}} \rho(u) du.$$

Формально мы можем таким образом найти профиль стороннего тока, соответствующий любому распределению заряда, однако не каждое распределение заряда может отвечать параметрам, характерным для реальных источников ГЭЦ. Действительно, интегрируя уравнение (17) по z от 0 до $h_{\max}$, получаем

$$V_i = - \int_0^{h_{\max}} E(z) dz = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^{h_{\max}} \int_z^{h_{\max}} \rho(u) du dz - h_{\max} E(h_{\max}),$$

откуда, меняя порядок интегрирования, мы приходим к соотношению

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^{h_{\max}} z \rho(z) dz = V_i + h_{\max} E(h_{\max}).$$

Эта формула налагает существенные ограничения на возможные высотные профили плотности заряда в области источника.

Отметим также, что при восстановлении стороннего тока, соответствующего заданному распределению заряда или электрического поля, с помощью одномерного интегрирования, вообще говоря, не следует ожидать, что получится локализованное (т.е. отличное от нуля лишь внутри источника) распределение. Действительно, потребовав выполнения соотношений

$$j_s(h_{\max}) = j_s(0) = 0,$$

в соответствии с (8) приходим к условию

$$\sigma(h_{\max})E(h_{\max}) = \sigma(0)E(0),$$

или, записывая это выражение через плотность заряда (см. (17)),

$$[\sigma(h_{\max}) - \sigma(0)] E(h_{\max}) = - \frac{\sigma(0)}{\varepsilon_0} \int_0^{h_{\max}} \rho(z) dz.$$

Ясно, что при произвольных входных данных эти условия могут и не соблюдаться, поэтому, положив сторонний ток равным нулю над облаком, мы получим, вообще говоря, отличный от нуля сторонний ток под облаком.

3. ИСКЛЮЧЕНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПРОВОДИМОСТИ, СВЯЗАННЫХ С ИСТОЧНИКОМ

В численных моделях ГЭЦ обычно не рассматривают особенности структуры грозовых генераторов и ограничиваются их упрощённым описанием в виде множества точечных диполей или довольно простого (обычно также дипольного или трёхполосного) непрерывного распределения стороннего тока. Более детальная параметризация этих генераторов привела бы к затруднению и усложнению расчётов. К тому же информации о структуре грозовых облаков различного типа на настоящий момент накоплено недостаточно. Ниже мы попробуем оценить, к каким последствиям может приводить упрощение структуры генераторов при моделировании, а также сформулировать методы построения упрощённых параметризаций источников.

Сделаем, прежде всего, следующее замечание. Поскольку в одномерном приближении структура электрического поля в области источника полностью определяется уравнением (8), в котором возмущённая проводимость $\sigma(z)$ и сторонний ток $j_s(z)$ играют роль входных данных, а ток I в правой части может быть вычислен через эти входные данные по формуле (12), мы можем получить тот же профиль электрического поля и при других входных данных, подобранных надлежащим образом. В частности, если не учитывать неоднородность проводимости в области источника и использовать невозмущённый профиль $\sigma_0(z)$, добиться правильной структуры электрического поля можно за счёт замены стороннего тока $j_s(z)$ на некоторый «эффективный» ток $j_e(z)$, определяемый из соотношения

$$\sigma(z)E(z) + j_s(z) = \sigma_0(z)E(z) + j_e(z) = \frac{I}{\gamma S_E},$$

откуда

$$j_e(z) = \frac{I}{\gamma S_E} \left[1 - \frac{\sigma_0(z)}{\sigma(z)} \right] + j_s(z) \frac{\sigma_0(z)}{\sigma(z)}, \quad (18)$$

где ток I вычисляется по формуле (12). Вертикальный профиль такого тока $j_e(z)$, соответствующий показанным на рис. 2а и б сглаженным профилям $\sigma(z)$, $\sigma_0(z)$ и $j_s(z)$, приведён на рис. 3. Можно сказать, что такая процедура позволяет переносить неоднородности из проводимости в сторонний ток с сохранением профиля электрического поля (в одномерном приближении) как в области источника, так и в области хорошей погоды. Ясно, что ионосферный потенциал V_i и полный ток I в цепи при такой процедуре также не меняются. Разумеется, в реальной трёхмерной задаче ситуация будет выглядеть сложнее, однако для достаточно протяжённых облаков характерный профиль электрического поля в центральной части облака и достаточно далеко от него также будет передаваться довольно точно, а значит, и общая картина в целом будет описана верно.

Отметим, что ток, вычисляемый по формуле (18), локализован внутри облака, если внутри облака локализованы возмущения проводимости $\sigma(z) - \sigma_0(z)$ и исходный сторонний ток $j_s(z)$. При этом пониженная проводимость внутри облака, как правило, соответствует большим по сравнению с $j_s(z)$ абсолютным значениям эффективного стороннего тока.

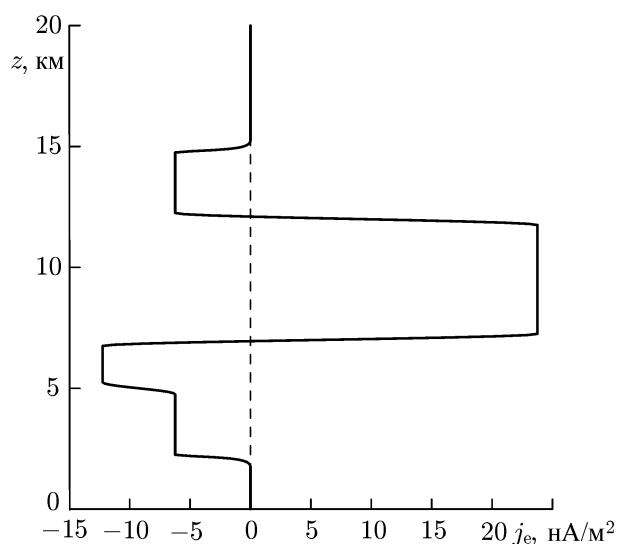


Рис. 3. Эффективный сторонний ток (при невозмущённой проводимости), соответствующий распределениям $\sigma(z)$, $\sigma_0(z)$ и $j_s(z)$, приведённым на рис. 2а и б

4. ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ДИПОЛЬ

Несмотря на возможность изменения входных данных задачи с сохранением структуры электрического поля (в рамках одномерного приближения) во всей атмосфере, возникающие при этом «эквивалентные» параметризации источника всё равно имеют довольно сложный вид и неудобны для применения в моделях ГЭЦ. С точки зрения моделирования ГЭЦ кажется более разумным пожертвовать особенностями распределения поля в окрестности источника и упростить структуру генератора до простейшей, дипольной, потребовав при этом сохранения его вклада в ионосферный потенциал и полный ток в цепи. В этом разделе мы рассмотрим модельное облако с трёхполюсной внутренней электрической структурой и пониженной проводимостью и определим параметры «эквивалентного» электрического диполя, дающего такой же количественный вклад в ГЭЦ, а затем сравним результаты соответствующих расчётов.

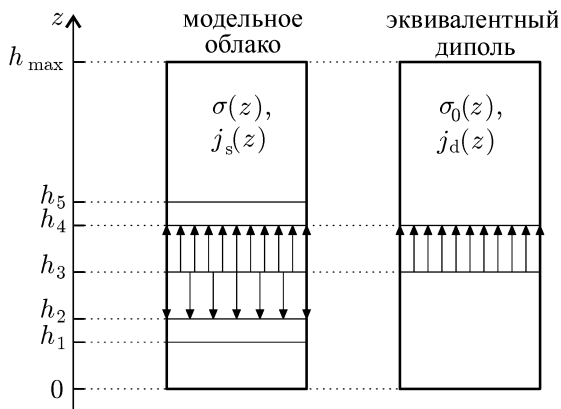


Рис. 4. Модельное облако и эквивалентный диполь

Модельное облако, которое мы используем для анализа, описано в разделе 2 (см. (14)–(16)) и показано на рис. 4. Поскольку главная (восходящая) часть распределения стороннего тока $j_s(z)$ занимает область $h_3 < z < h_4$, мы будем предполагать, что «эквивалентный» дипольный сторонний ток $j_d(z)$ также направлен вверх и отличен от нуля в той же области (см. рис. 4), причём внутри этой области значение $j_d(z)$ предполагается равным постоянной положительной величине J_d :

$$j_d(z) = \begin{cases} J_d, & h_3 < z < h_4; \\ 0, & z < h_3, \quad z > h_4. \end{cases}$$

Рассматривая «эквивалентное» распределение стороннего тока $j_d(z)$, будем считать, что профиль проводимости соответствует невозмущённому распределению $\sigma_0(z)$.

Зададимся вопросом о выборе значения J_d , при котором «эквивалентное» распределение $j_d(z)$ в некотором смысле соответствовало бы исходной задаче с входными данными $j_s(z)$ и $\sigma(z)$. Разумеется, подобрать величину J_d так, чтобы распределение электрического поля внутри источника было близким к исходному, невозможно, поскольку в одномерном приближении электрическое поле однозначно определяется соотношением (8). Поэтому фактическая замена профиля проводимости $\sigma(z)$ на $\sigma_0(z)$ и профиля плотности стороннего тока $j_s(z)$ на $j_d(z)$ при наличии только одного варьируемого параметра J_d в общем случае приводит к совершенно иным характерным профилям поля. Однако если не требовать точности представления локальной электрической структуры в окрестности облака и интересоваться лишь глобальными эффектами, то такое упрощение описания источника кажется оправданным. Из выражений (11) и (12) видно, что вклады рассматриваемого источника в ионосферный потенциал и полный ток в цепи в одномерном приближении связаны соотношением

$$\frac{V_i}{I} = \frac{1}{(1 - \gamma) S_E} \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)},$$

где в правой части, очевидно, стоит полное сопротивление области хорошей погоды. Ясно, что это соотношение не меняется при изменениях профилей $\sigma(z)$ и $j_s(z)$; поэтому, если при определении параметра J_d потребовать неизменности ионосферного потенциала V_i , ток I автоматически также останется прежним.

Потребуем сохранения вклада источника в ионосферный потенциал при переходе к эквивалентному диполю и найдём соответствующее значение J_d . Согласно (11) имеем

$$V_i = \gamma \int_0^{h_{\max}} \frac{j_s(z) dz}{\sigma(z)} \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} \bigg/ \left[\gamma \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} + (1 - \gamma) \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma(z)} \right] = \gamma \int_0^{h_{\max}} \frac{j_d(z) dz}{\sigma_0(z)}.$$

Поскольку $\gamma \ll 1$, из этого выражения получаем приближённое соотношение

$$\int_0^{h_{\max}} \frac{j_d(z) dz}{\sigma_0(z)} = \int_0^{h_{\max}} \frac{j_s(z) dz}{\sigma(z)} \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} \bigg/ \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma(z)},$$

из которого следует, что

$$J_d = \int_0^{h_{\max}} \frac{j_s(z) dz}{\sigma(z)} \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)} \bigg/ \left[\int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma(z)} \int_{h_3}^{h_4} \frac{dz}{\sigma_0(z)} \right]. \quad (19)$$

Для модельного облака с характеристиками, определяемыми уравнениями (14)–(16), формула (19) принимает вид

$$J_d = \left[J_+ - J_- \frac{Y(h_2, h_3)}{Y(h_3, h_4)} \right] \bigg/ \left[K_\sigma + (1 - K_\sigma) \frac{Y(h_1, h_5)}{Y(0, h_{\max})} \right],$$

где

$$Y(a, b) = \exp(-a/H) - \exp(-b/H).$$

Для параметров, использованных при расчётах в разделе 2 (см. подпись к рис. 2), расчёт по этой формуле даёт $J_d = 3,85 \text{ нА/м}^2$. Результаты вычисления профилей электрического поля и плотности заряда внутри источника в одномерном приближении для облака с диаметром 15 км представлены на рис. 5а и б. Как и ранее, для большей наглядности в окрестности точек разрыва профилей $\sigma(z)$, $j_s(z)$ и $j_d(z)$ было применено синусоидальное сглаживание с характерным масштабом 0,5 км. Как и следовало ожидать, при переходе от задачи с модельным облаком с параметрами $\sigma(z)$ и $j_s(z)$ к эквивалентному диполю с параметрами $\sigma_0(z)$ и $j_d(z)$ структура распределений $E(z)$ и $\rho(z)$ значительно упрощается. Однако интегральные характеристики источника — его вклад в ионосферный потенциал и полный ток в цепи — в обоих случаях должны быть одинаковыми в силу принципа построения эквивалентного диполя (с точностью до приближения $\gamma \ll 1$, использованного при выводе формулы (19)). Для профилей поля, представленных на рис. 5а и б, соответствующие значения несколько различаются из-за сглаживаний, предпринятых уже после определения параметров эквивалентного диполя: вклад источника с характеристиками $\sigma(z)$ и $j_s(z)$ в ГЭЦ в одномерном приближении определяется величинами $V_i^{(s)} = 24,0 \text{ В}$ и $I^{(s)} = 0,12 \text{ А}$, а для источника с характеристиками $\sigma_0(z)$ и $j_d(z)$ — величинами $V_i^{(d)} = 23,5 \text{ В}$ и $I^{(d)} = 0,12 \text{ А}$.

Чтобы оценить погрешность, возникающую из-за использования одномерного приближения, исходные уравнения для потенциала (1)–(3) были решены с помощью численной модели [17], основанной на методе Галёркина. Рассчитанные таким образом вертикальные профили электрического поля и плотности заряда в центре облака показаны на рис. 5в и г; в этом случае синусоидальное сглаживание с масштабом 0,5 км также применялось, причём не только на «горизонтальных», но и на боковых поверхностях разрыва модельных распределений проводимости

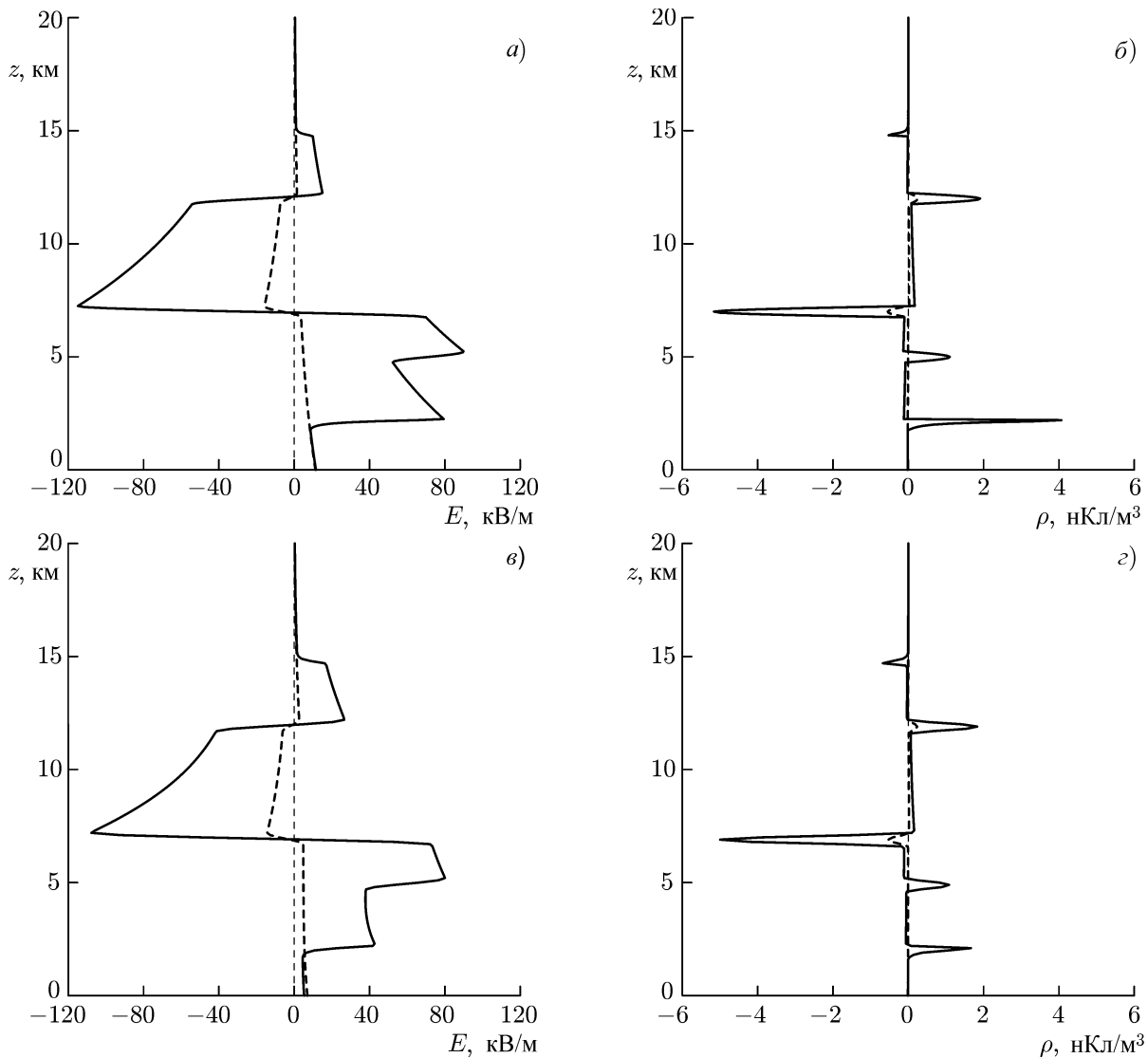


Рис. 5. (а) Вертикальный профиль электрического поля в области источника, рассчитанный в одномерном приближении, для модельного облака (сплошная линия) и для эквивалентного диполя (пунктирная линия). (б) Вертикальный профиль объёмной плотности заряда в области источника, рассчитанный в одномерном приближении, для модельного облака (сплошная линия) и для эквивалентного диполя (пунктирная линия). (в) Вертикальный профиль электрического поля в центре источника, полученный в результате численного решения задачи методом Галёркина, для модельного облака (сплошная линия) и для эквивалентного диполя (пунктирная линия). (г) Вертикальный профиль объёмной плотности заряда в центре источника, полученный в результате численного решения задачи методом Галёркина, для модельного облака (сплошная линия) и для эквивалентного диполя (пунктирная линия). Параметры расчёта те же, что для рис. 2

и стороннего тока. Сравнивая рис. 5в, г с рис. 5а, б, видно, что качественно одномерное приближение достаточно хорошо описывает реальные распределения $E(z)$ и $\rho(z)$. Однако следует иметь в виду, что в окрестности боковой границы облака существует переходная область с горизонтальным размером порядка 20 км, в которой отличие полученного из численной модели профиля электрического поля от полученных в одномерном приближении профилей $E(z)$ и $E_0(z)$ весьма значительно. Несмотря на наличие аргументов в пользу применимости одномерного приближения

к подобным электростатическим задачам [23, 29], с уверенностью о его справедливости можно говорить только для очень протяжённых облаков с характерным поперечным размером порядка высоты модельной атмосферы $h_{\max}$. Ясно, что при уменьшении диаметра облака профиль электрического поля внутри него, получаемый с помощью одномерного приближения (см. рис. 2б), не будет претерпевать качественных изменений. В то же время численные расчёты показывают, что на самом деле уже для облака с диаметром 10 км профиль электрического поля в центре облака будет иметь несколько другую структуру. Интересно с помощью численной модели найти вклад источника в ГЭЦ: источнику с характеристиками $\sigma(z)$ и $j_s(z)$ соответствуют значения $V_i^{(s)} = 18,7$ В и $I^{(s)} = 0,1$ А, источнику с характеристиками $\sigma_0(z)$ и $j_d(z)$ — значения $V_i^{(d)} = 23,5$ В и $I^{(d)} = 0,12$ А. Отметим совпадение значений ионосферного потенциала, полученных из одномерного приближения и численного моделирования, для задачи с эквивалентным диполем. Причиной этого совпадения является тот факт, что формула (11) в случае $\sigma(z) = \sigma_0(z)$ может быть выведена из исходных уравнений (1)–(3) [17], т. е. она справедлива не только в одномерном приближении. В то же время для задачи с более сложной структурой облака (с учётом понижения проводимости внутри него) одномерное приближение завышает вклад в ионосферный потенциал $V_i^{(s)}$ приблизительно на 30 % (см. также [23]). Сравнивая найденные с помощью численной модели вклады $V_i^{(s)}$ и $V_i^{(d)}$, отметим, что одномерное приближение и формула (19) не позволяют точно определить параметры диполя, эквивалентного грозовому облаку: реальный вклад эквивалентного диполя оказался в данном случае больше примерно на 25 %. Впрочем, на практике в силу линейности задачи (1)–(3) по стороннему току для каждого конкретного типа облаков можно более точно рассчитать значение J_d (численно), а затем использовать полученные эквивалентные источники в глобальной численной модели.

На рис. 6 показаны рассчитанные конфигурации линий электрического поля в окрестности источника в задачах с модельным облаком и эквивалентным диполем. Видно, что наличие нисходящего тока в данном случае не приводит к качественному изменению общей картины из-за его относительно небольшого вклада по сравнению с основным восходящим током. На расстоянии порядка 150 км от центра источника локальные эффекты, связанные с особенностями внутренней структуры облака, уже не сказываются и распределение поля постепенно выходит на стационарный профиль, соответствующий области хорошей погоды. Это подтверждает применимость подхода, при котором для моделирования глобальных эффектов, связанных с ГЭЦ, игнорируют сложную структуру реальных грозовых генераторов. Однако изложенные выше результаты показывают, что использовать для расчёта в таком случае нужно эквивалентный сторонний ток, либо пересчитанный по формуле (19), либо (в случае более точного анализа) полученный путём численного решения задачи для конкретных модельных облаков; в последнем случае результат будет зависеть от структуры и поперечного размера облака.

5. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ОСНОВНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ГЭЦ

В заключение проанализируем соотношения между основными параметрами ГЭЦ, принимая во внимание возможную вариативность описания внутренней структуры облаков. Для простоты будем предполагать, что в атмосфере одновременно присутствуют N облаков с одной и той же геометрией и внутренней структурой. Будем считать, что все облака находятся на достаточных расстояниях друг от друга, чтобы можно было рассматривать их независимо и пренебречь их взаимовлиянием (см. раздел 1). В этом случае, обозначая вклад каждого облака в ионосферный потенциал и ток в цепи как δV_i и δI соответственно, запишем следующие очевидные выражения для полного ионосферного потенциала и полного тока в цепи: $V_i = N\delta V_i$, $I = N\delta I$.

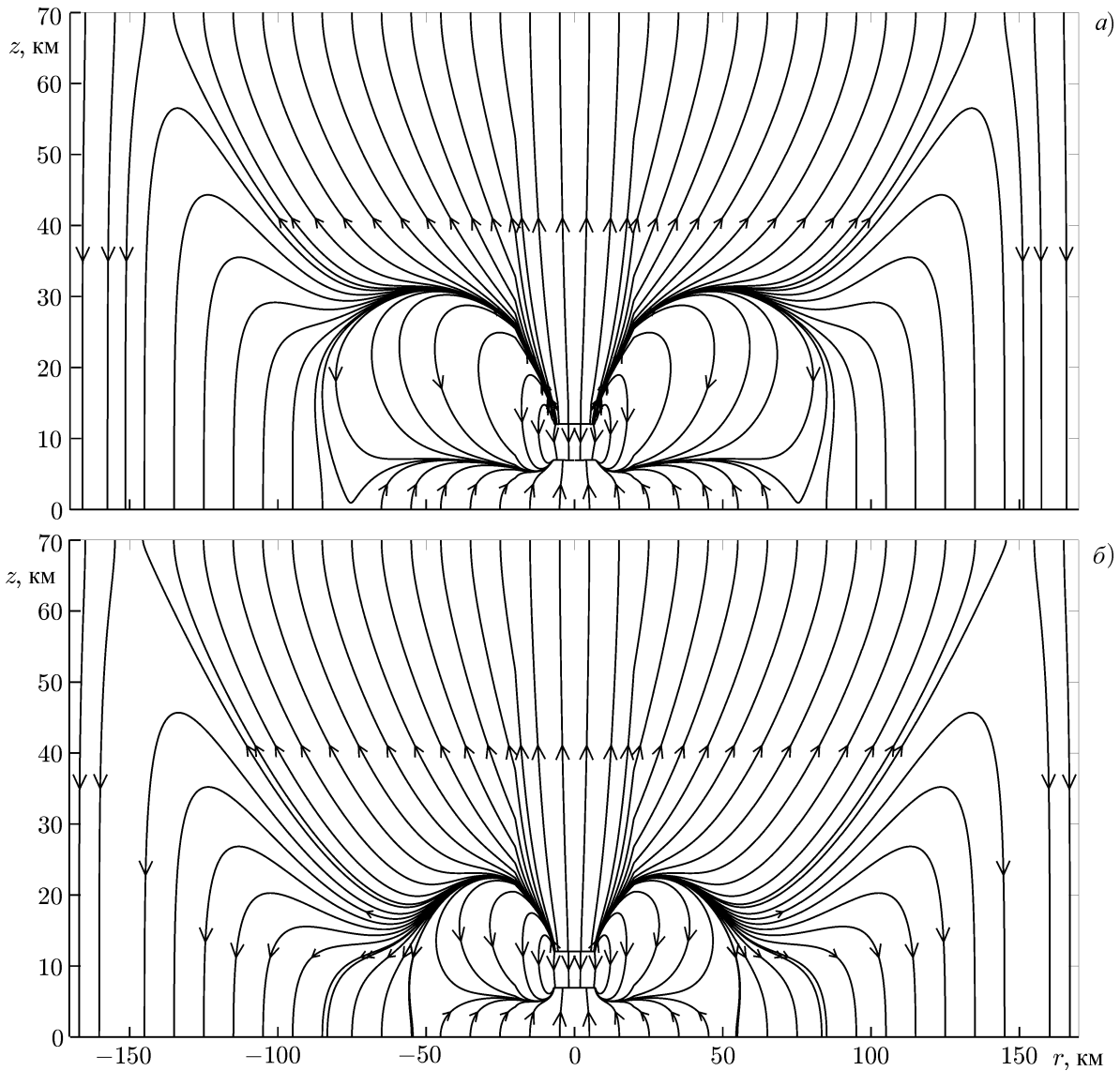


Рис. 6. Структура линий электрического поля в окрестности модельного облака (а) и в окрестности эквивалентного ему диполя (б). Параметры расчёта те же, что и для рис. 2, r — расстояние от оси облака

В одномерном приближении из равенств (11) и (12) следует, что отношение V_i/I равно сопротивлению области хорошей погоды и в приближении $\gamma \ll 1$ полностью определяется профилем проводимости $\sigma_0(z)$; соответственно, то же самое верно и для отношения $\delta V_i/\delta I$, отвечающего отдельному источнику. Приблизённо это утверждение можно считать справедливым и при переходе к более реалистичной трёхмерной модели, описываемой уравнениями (1)–(3), поскольку даже все источники ГЭЦ в совокупности покрывают лишь небольшую часть земной поверхности ($\gamma \ll 1$) и, как видно из рис. 6 и компьютерных расчётов, на расстояниях порядка 150 км от источника начинается область хорошей погоды, в которой справедливо уравнение (9), откуда

$$\frac{V_i}{I} \approx \frac{1}{S_E} \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma_0(z)}. \quad (20)$$

Эту формулу нетрудно обобщить на случай плавного изменения опорного профиля проводимости $\sigma_0(z)$ по земной поверхности. Таким образом, соотношение между ионосферным потенциалом и полным током в цепи определяется, в первую очередь, невозмущённым распределением проводимости в атмосфере.

Зная ионосферный потенциал V_i , можно оценить число N генераторов ГЭЦ как $V_i/\delta V_i$, где δV_i — рассчитанный вклад от типичного облака. Используя значение $V_i = 240$ кВ [30] и рассчитанный для модельного облака из раздела 4 вклад $\delta V_i = 18,7$ В, получаем $N \approx 12\,800$. Эта оценка в несколько раз выше, чем обычно принимаемое число гроз $1\,500 \div 2\,000$ (см., например, [30, 32]). Чтобы объяснить это несоответствие, отметим, что, во-первых, имеющаяся информация о числе генераторов в атмосфере получена по косвенным данным и не является абсолютно точной (например, подсчёт с помощью локации молниевых вспышек не позволяет учесть негрозовые электрически активные облака и грозовые облака на ранней стадии развития, также выступающие в роли генераторов ГЭЦ), а во-вторых, что более существенно, параметры рассмотренного нами модельного облака могут значительно отличаться от средних. Сравнительно небольшое количество исследований характеристик и внутренней структуры грозовых облаков не позволяет рассмотреть этот вопрос исчерпывающе, поэтому ограничимся здесь лишь перечислением факторов, способных повлиять на вклад источника в ионосферный потенциал (и, следовательно, на оценку количества источников в атмосфере).

Рассмотрим этот вопрос в одномерном приближении для модельного облака, изображённого на рис. 1 и описываемого соотношениями (14)–(16). Введём характерное значение плотности стороннего тока J_0 и обозначим $J_+ = K_+ J_0$, $J_- = K_- J_0$. Характерное значение полного стороннего тока в облаке обозначим как $I_0 = \gamma S_E J_0$, а долю этого тока, уходящую в глобальную цепь, через $\eta = \delta I/I_0$. Тогда для вклада облака в полный ток можно записать соотношение

$$\delta I = \eta S J_0, \quad (21)$$

где $S = \gamma S_E$ — площадь облака; значение δV_i будет пропорционально δI в силу соотношения (20).

Уравнение (21) указывает на три главных фактора, определяющих вклад источника в ГЭЦ. Первый из них — это площадь источника S ; можно ожидать, что и в реальной атмосфере величина δI зависит от диаметра облака почти квадратично (это тем более верно для протяжённых облаков, для которых одномерное приближение более оправданно). Второй фактор — характерное значение J_0 стороннего тока (т.е. интенсивности процесса разделения зарядов) в облаке. Поскольку экспериментальных данных о стороннем токе не существует, при моделировании ГЭЦ его значение приходится подбирать на основании имеющихся данных о структурах поля и заряда внутри и в окрестности облака (см. разделы 1 и 2). Используемые нами ранее при расчётах значения $J_+ = 3$ нА/м² и $J_- = 0,6$ нА/м² (см. (16)) приводят к реалистичным значениям электрического поля внутри облака [33] и восходящего тока над облаком [32, 34]. Однако при изменении этих параметров в некоторых допустимых пределах величина δI будет изменяться линейно по J_+ и J_- . Ясно, что и в реальной трёхмерной атмосфере задача (1)–(3) линейна по стороннему току. Наконец, третьим фактором, существенно влияющим на вклад облака в ГЭЦ, является его геометрия и внутренняя структура, описываемая параметром η . Сравнивая уравнения (12) и (21), в приближении $\gamma \ll 1$ мы можем выразить η как

$$\eta = \left[K_+ \int_{h_3}^{h_4} \frac{dz}{\sigma(z)} - K_- \int_{h_2}^{h_3} \frac{dz}{\sigma(z)} \right] / \int_0^{h_{\max}} \frac{dz}{\sigma(z)}.$$

Легко видеть, что наличие нисходящего тока уменьшает параметр η , а понижение проводимости внутри облака приводит к его увеличению; также η существенно зависит от граничных высот

токовых слоёв h_i . Если выбрать для рассматриваемого облака значение $J_0 = J_+ = 3 \text{ нА/м}^2$, $J_- = 0,6 \text{ нА/м}^2$ (т. е. $K_+ = 1$; $K_- = 0,2$), то расчёт с прежними параметрами даёт $\eta = 23 \%$; тому же самому облаку без учёта понижения проводимости отвечает $\eta = 15 \%$, а эквивалентному диполю при выборе $J_0 = J_d = 3,85 \text{ нА/м}^2$ (т. е. $K_+ = 1$; $K_- = 0$) соответствует $\eta = 17 \%$. В реальной атмосфере часть тока, уходящая в ГЭЦ, может отличаться от полученной в рамках одномерного приближения, однако, очевидно, вариативность параметра η с изменением структуры и геометрии облака сохраняется.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задание распределений плотности заряда и плотности стороннего тока в грозовых облаках — генераторах ГЭЦ — не являются эквивалентными способами описания их внутренней структуры: зная плотность стороннего тока, всегда можно вычислить плотность заряда, но по заданной плотности заряда плотность стороннего тока не восстанавливается однозначно без дополнительных предположений. При анализе структуры распределения заряда в облаках необходимо принимать во внимание не только процессы разделения зарядов, но и возможность резкого изменения проводимости на границах облака. На возможные распределения заряда внутри облаков налагаются достаточно жёсткие ограничения, поэтому нельзя брать произвольную структуру распределения заряда за основу для моделирования.

Путём выбора эффективного профиля стороннего тока всегда можно исключить из рассмотрения неоднородности проводимости, связанные с источником; при этом сохраняется вид профиля электрического поля внутри и снаружи облака. В моделях ГЭЦ, нацеленных на решение глобальных задач, реалистичные грозовые облака можно заменять на эквивалентные диполи, дающие идентичный вклад в полный ток и ионосферный потенциал. Параметры этих диполей для качественной оценки можно находить в одномерном приближении по явным формулам, а для более точного количественно описания — с помощью численного решения соответствующих модельных задач.

Основные параметры ГЭЦ (полный ток, ионосферный потенциал, число источников и т. п.) связаны между собой рядом соотношений и не могут изменяться независимо. Вклад отдельного облака в ГЭЦ существенно зависит от его площади, величины стороннего тока внутри него, а также его геометрии и внутренней структуры. Эти параметры определяют, какая доля стороннего тока попадает в глобальную цепь. Возможная вариативность вкладов отдельных облаков оказывает существенное влияние на соотношения между основными параметрами ГЭЦ.

Авторы благодарят Е. А. Мареева за полезные замечания в ходе подготовки данной работы. Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (договор 14.B25.31.0023), РФФИ (проекты 13-05-01139 и 13-05-12103) и Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского (соглашение 02.B.49.21.0003 от 27.08.2013 между МОН РФ и ННГУ им. Н. И. Лобачевского).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Williams E. R. // Atmos. Res. 2009. V. 91, No. 2–4. P. 140.
2. Williams E., Mareev E. // Atmos. Res. 2014. V. 135–136. P. 208.
3. Markson R. // Bull. Amer. Meteor. Soc. 2007. V. 88, No. 2. P. 223.
4. Mareev E. A., Yashunin S. A., Davydenko S. S., et al. // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35, No. 15. Art. no. L15810.

5. Rycroft M. J., Odzimek A., Arnold N. F., et al. // J. Atmos. Sol. Terr. Phys. 2007. V. 69, No. 17–18. P. 2485.
6. Морозов В. Н. // Труды ГГО им. А. И. Воейкова. 2013. № 569. С. 249.
7. Holzer R. E., Saxon D. S. // J. Geophys. Res. 1952. V. 57, No. 2. P. 207.
8. Hays P. B., Roble R. G. // J. Geophys. Res. 1979. V. 84, No. A7. P. 3291.
9. Baumgaertner A. J. G., Lucas G. M., Thayer J. P., Mallios S. A. // Atmos. Chem. Phys. 2014. V. 14, No. 16. P. 8599.
10. Wilson C. T. R. // Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A. 1921. V. 221. P. 73.
11. Wilson C. T. R. // J. Franklin Inst. 1929. V. 208, No. 1. P. 1.
12. Simpson G., Scrase F. J. // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1937. V. 161, No. 906. P. 309.
13. Simpson G., Robinson G. D. // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1941. V. 177, No. 970. P. 281.
14. Williams E. R. // J. Geophys. Res. 1989. V. 94, No. D11. P. 13151.
15. Rust W. D., Marshall T. C. // J. Geophys. Res. 1996. V. 101, No. D18. P. 23499.
16. Davydenko S. S., Mareev E. A., Marshall T. C., Stolzenburg M. // J. Geophys. Res. 2004. V. 109, No. D11. Art. no. D11103.
17. Калинин А. В., Слюняев Н. Н., Мареев Е. А., Жидков А. А. // Изв. РАН. Физика атмосферы океана. 2014. Т. 50, № 3. С. 355.
18. Krehbiel P. R. The electrical structure of thunderstorms / In: E. P. Krider, R. G. Roble (Eds.), The Earth's electrical environment. Washington: National Acad. Press, 1986. P. 90.
19. Веремей Н. Е., Довгалюк Ю. А., Затевахин М. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 11–12. С. 889.
20. Ашабоков Б. А., Шаповалов А. В., Кулиев Д. Д. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 11–12. С. 900.
21. Stolzenburg M., Rust W. D., Marshall T. C. // J. Geophys. Res. 1998. V. 103, No. D12. P. 14097.
22. Rakov V. A., Uman M. A. Lightning: physics and effects. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003. 700 p.
23. Slyunyaev N. N., Mareev E. A., Kalinin A. V., Zhidkov A. A. // J. Atmos. Sci. 2014. V. 71, No. 11. P. 4382.
24. Chauzy S., Raizonville P. // J. Geophys. Res. 1982. V. 87, No. C4. P. 3143.
25. Roble R. G., Hays P. B. // J. Geophys. Res. 1979. V. 84, No. A12. P. 7247.
26. Volland H. // J. Geophys. Res. 1972. V. 77, No. 10. P. 1961.
27. Морозов В. Н., Трошичев О. А. // Геомагнетизм и аэрономия. 2008. Т. 48, № 6. С. 759.
28. Davydenko S. S., Marshall T. C., Stolzenburg M. // Atmos. Res. 2009. V. 91, No. 2–4. P. 165.
29. Stolzenburg M., Marshall T. C. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99, No. D12. P. 25921.
30. Mühleisen R. The global circuit and its parameters / In: H. Dolezalek, R. Reiter (Eds.), Electrical processes in atmospheres. Darmstadt: Steinkopff, 1977. P. 467.
31. Nicoll K. A., Harrison R. G. // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37, No. 13. Art. no. L13802.
32. Mach D. M., Blakeslee R. J., Bateman M. G. // J. Geophys. Res. 2011. V. 116, No. D5. Art. no. D05201.
33. Marshall T. C., Rust W. D. // J. Geophys. Res. 1991. V. 96, No. D12. P. 22297.
34. Mach D. M., Blakeslee R. J., Bateman M. G., Bailey J. C. // J. Geophys. Res. 2009. V. 114, No. D10. Art. no. D10204.

Поступила в редакцию 16 апреля 2015 г.; принята в печать 9 октября 2015 г.

ON PARAMETRIZATION OF GLOBAL ELECTRIC CIRCUIT GENERATORS

N. N. Slyunyaev and A. A. Zhidkov

We consider the problem of generators parametrization in the global electric circuit (GEC) models. The relation between the charge density and source current density distributions inside a thundercloud is studied using a one-dimensional description and a three-dimensional GEC model. It is shown that drastic conductivity variations in the vicinity of the cloud boundaries have a significant impact on the structure of the charge distribution inside the cloud. Certain restrictions on the charge density distribution in a realistic thunderstorm are found. The possibility to allow for conductivity inhomogeneities in the thunderstorm regions by introducing the effective source current density is demonstrated. Replacement of realistic thunderstorms with equivalent current dipoles in the GEC models is justified, an equation for the equivalent current is obtained, and the applicability range of this equation is analyzed. Relationships between the main GEC characteristics under variable parametrization of GEC generators are discussed.