

На правах рукописи

Ильин Николай Владимирович

**Взаимодействие электромагнитных полей
с резонансными метаматериалами
и металлическими наночастицами**

01.04.03 – Радиофизика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Смирнов Александр Ильич

Нижний Новгород – 2015

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Волноведущие свойства плоско-слоистых метаматериалов. Макроскопическое описание	22
1.1. Метаматериал с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей (среда Веселаго)	23
1.2. Истинные поверхностные волны (ИПВ) на границе раздела «метаматериал — вакуум»	24
1.2.1. Изотропный метаматериал	27
1.2.2. Анизотропный метаматериал	29
1.3. Замедленные волны, поддерживаемые слоем из метаматериала	33
1.3.1. Моды, формируемые прямыми ИПВ	35
1.3.2. Моды, формируемые обратными ИПВ	39
1.3.3. Вырожденный случай	41
1.3.4. Влияние анизотропии	42
1.4. Волноведущие структуры, частично заполненные метаматериалом	45
1.4.1. Слой метаматериала параллельно металлическим стенкам	45
1.4.2. Слой метаматериала перпендикулярно металлическим стенкам	49
1.4.3. Слой метаматериала в прямоугольном металлическом волноводе	51
Глава 2. Волны, поддерживаемые цепочками и плоскими решётками из резонансных элементов. Микроскопическое описание	55
2.1. Собственные моды цепочки из резонансных элементов	56

2.2.	Цепочка из резонансных элементов в круглом металлическом волноводе	61
2.3.	Цепочка из резонансных элементов в круглом диэлектрическом волноводе	65
2.4.	Двумерная решётка из резонансных элементов	67
Глава 3. Нелинейно-оптические эффекты при взаимодействии лазерного излучения с металлическими наночастицами		73
3.1.	Генерация второй гармоники и эффект самовоздействия при рассеянии лазерного излучения на металлической наночастице	74
3.1.1.	Нелинейный ток электронов проводимости в металлах .	74
3.1.2.	Линейное приближение	77
3.1.3.	Генерация второй гармоники	80
3.1.4.	Эффект самовоздействия	85
3.2.	Нелинейно-оптическое взаимодействие металлических наночастиц и иглы атомно-силового микроскопа (АСМ) при облучении фемтосекундными лазерными импульсами.	89
3.2.1.	Эксперимент по нелинейно-оптической диагностике золотых наночастиц	89
3.2.2.	Численное моделирование нелинейно-оптического взаимодействия наночастицы и иглы АСМ	92
Заключение		101
Список литературы		103
Список иллюстративного материала		117

Введение

В конце XX и в первом десятилетии XXI века, в связи с появлением и интенсивным развитием технологий создания микро- и наноразмерных объектов, были развиты подходы к созданию сред, электродинамические свойства которых определяются структурными элементами, так называемых, «метаматериалов». Одновременно с этим, значительно возрос интерес к резонансным откликам отдельных (нано)элементов. Так, например, металлические наночастицы¹ демонстрируют необычные оптические свойства, обусловленные сочетанием двух эффектов: усилением поля за счёт геометрии частицы и собственными колебаниями электронов проводимости (плазмонными колебаниями).

Термин «метаматериал» впервые встречается в научной литературе в 2000 году в работе [1], в которой авторы анонсировали создание искусственной композитной среды с одновременно отрицательными значениями эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей ($\epsilon_{\text{eff}}(\omega) < 0$ и $\mu_{\text{eff}}(\omega) < 0$). Также этот термин использовался и в последующей публикации [2], где авторы представили экспериментальное подтверждение эффекта отрицательной рефракции в подобной среде. Однако, определения в данных работах нет.

Первое определение слову «метаматериал» было дано Роджером Валсером (Roger M. Walser) в 2001 году [3], который изначально трактовался как мелкоструктурированная композитная среда, демонстрирующая в определённых частотных диапазонах (прежде всего в микроволновом и терагерцовом) электродинамические свойства, недостижимые для естественных (природных) сред².

Естественной тенденцией развития метаматериалов являлось их продвижение в более коротковолновые, по сравнению с микроволнами, частотные

¹ В основном золотые и серебряные.

² Ориг. англ.: **Metamaterials** are defined as macroscopic composites having a man-made, three dimensional, periodic cellular architecture designed to produce an optimized combination, not available in nature, of two or more responses to a specific excitation.

диапазоны: вплоть до ИК и оптического. Важной особенностью оптических метаматериалов явилась невозможность их описания в терминах эффективных ε и μ , поскольку структурные элементы таких сред практически сравнимы с длиной волны падающего излучения [4, 5]. Учитывая это обстоятельство, современное определение термина «метаматериал» имеет следующий вид [6]:

Метаматериал — композитный материал, свойства которого обусловлены не столько свойствами составляющих его элементов, сколько искусственно созданной внутренней структурой.

Рост интереса к резонансным метаматериалам был инициирован двумя теоретическими публикациями [7, 8], в которых предлагались способы создания отрицательных эффективных диэлектрических и магнитных проницаемостей для микроволнового диапазона.

В работе [7] обсуждалась возможность использования металлических проволок с целью получения искусственной среды с плазменным законом дисперсии. Эффективная диэлектрическая проницаемость для решётки из проводящих стержней в пренебрежении потерями равна:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

где ω_p — аналог плазменной частоты, зависящий от расстояния между проводниками и их радиуса. На частотах ниже «плазменной» ($\omega < \omega_p$) ε_{eff} принимает отрицательные значения. Полученная таким образом «искусственная» плазма представляет определённый самостоятельный интерес, обладая некоторыми преимуществами по сравнению с плазмой газового разряда: она не требует никаких установок для своего поддержания, является стационарной и устойчивой.

Во второй работе [8], имеющей огромный индекс цитирования, был предложен оригинальный способ создания метаматериала с отрицательной эффективной магнитной проницаемостью. В его основе лежит использование в ка-

честве микроэлементов так называемых щелевых кольцевых резонаторов (от исходного Split-Ring Resonator — SRR). Эти резонаторы представляют собой два вложенных друг в друга разрезанных металлических колечка. Варьируя параметрами можно настраивать щелевой кольцевой резонатор на достаточно низкие частоты, которым соответствуют вакуумные длины волн много больше размеров резонатора. Такой резонатор может иметь достаточно высокую добротность Q (например, в [1, 2] даётся результат измерений $Q > 600$). Его резонансная частота ω_0 определяется межвитковой ёмкостью C и суммарной индуктивностью колец L : $\omega_0 = c \cdot \sqrt{1/LC}$.

В присутствии внешнего гармонического магнитного поля $\mathbf{H} \cdot e^{i\omega t}$, направленного перпендикулярно плоскости колец, магнитный момент суммарного тока, протекающего по кольцам, на частотах $\omega < \omega_0$ параллелен внешнему полю, а при $\omega > \omega_0$ — антипараллелен. Эффективная магнитная проницаемость среды из щелевых кольцевых резонаторов в пренебрежении потерями описывается следующей формулой:

$$\mu_{\text{eff}} = 1 + F \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

где F — форм-фактор, пропорциональный отношению площади магнитного витка к площади грани элементарной ячейки.

В щелях и зазорах между кольцами SRR концентрируется электрическое поле с плотностью энергии на несколько порядков больше, чем у магнитного, что позволяет создавать искусственные сильно нелинейные материалы [9]. В то же время, нелинейность в резонаторе может быть «внешняя», т.е. внедрена отдельным элементом, например варикапом [10], более того, такой нелинейностью можно управлять [11, 12].

Продвижение в более коротковолновые, по сравнению с микроволнами, частотные диапазоны потребовало решения ряда сложных задач, связанных с созданием упорядоченных микро- и наноструктурированных объектов, и также с разработкой нового, более технологичного дизайна элементарной ячейки

метаматериала. Так, например, в терагерцовом диапазоне с двухкольцевыми резонаторами [13, 14] успешно конкурируют однокольцевые SRR [15] (резонансная частота ω_0 определяется ёмкостью разреза в металлическом колечке, несущественной в случае двухкольцевых SRR), либо резонаторы со сложной внутренней структурой [16, 17].

Успехи в области исследования метаматериалов явились толчком к разработке на их основе маскирующих [18–23] и поглощающих [24] покрытий.

В большом многообразии резонансных элементов для реализации метаматериалов особое место занимают металлические наночастицы. С одной стороны, они являются основой создания оптических метаматериалов [4, 5], с другой, — представляют огромный самостоятельный интерес, поскольку сами по себе демонстрируют необычные линейные и нелинейные оптические свойства [25].

История исследования оптических свойств металлов тесно связана с открытием и совершенствованием лазерной техники. Практически сразу после изобретения лазера (в начале 60 годов XX века), в 1965 году вышло сообщение о регистрации излучения второй гармоники на металлической (серебряной) поверхности [26]. Это открытие породило целую эпоху исследований нелинейно-оптических свойств металлов. В последующие года были установлены важные особенности излучения второй гармоники (см., например [27]), разработано много теоретических моделей: гидродинамическая [28], феноменологическая, в терминах тензора восприимчивости второго порядка [29], и т.д.

В начале XXI века появилась возможность объединить два эффекта: плазмонные колебания электронов проводимости в металле (хорошо изученные во второй половине XX века) и усиление поля за счёт геометрического резонанса на наноразмерных объектах. Тем самым возник интерес к оптике металлических наночастиц. Большое внимание было обращено на линейные свойства: отдельных наночастиц [30–34]; кластеров из двух наночастиц [35, 36];

решёток из наночастиц [34, 37–41]. Отдельно следует выделить исследования нелинейных оптических свойств наночастиц [42–50].

Контроль над формой частиц позволяет изменять частотные спектры, обеспечивая эффективное взаимодействие со светом в различных диапазонах длин волн (от ближнего УФ до ИК). На основе этого взаимодействия разрабатываются самые различные наноустройства: сенсоры и маркеры для применения в биологии и медицине [51], различного рода датчики, и даже нанолазеры [52].

Перспективы развития нанотехнологий позволяют надеяться, что на основе плазмонных наночастиц и наноструктурированных метаматериалов будут созданы полностью интегрированные оптоэлектронные наноустройства, в которых нанометровые размеры элементов совмещены с оптическими частотами их взаимодействия [25].

Актуальность и новизна темы исследования.

Современные микро- и наноструктурированные резонансные метаматериалы [53] перспективны для создания миниатюрных, по сравнению с традиционными [54, 55], замедляющих систем. Так, в работах [56–59] было показано, что граница раздела «метаматериал — вакуум» способна направлять замедленные прямые и обратные волны ТЕ и ТМ типов.

Одной из основных задач диссертации является изучение волноведущих свойств плоско-слоистых метаматериалов с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . Несмотря на то, что подобная задача рассматривалась, например: моды слоя из метаматериала [60–64], многие важные особенности распространения, связанные с существованием истинных поверхностных волн [65] (прямых, обратных, вырожденных) на границе раздела «метаматериал — вакуум», а также их взаимодействия между собой [66], не были изучены. Подобные исследования необходимы, поскольку эти волны играют важную роль для практической реализации принципиально новых направляющих и замед-

ляющих систем. Так, например, с существованием вырожденных истинных поверхностных волн связан, по существу, эффект «совершенной» линзы [67–72], у которой предел разрешающей способности меньше дифракционного.

Металл-диэлектрические волноводы являются базовыми структурами различных функциональных узлов СВЧ, КВЧ и оптического диапазонов длин волн [73, 74]. Продольная и поперечная нерегулярность позволяют расширить возможности волноводных систем, повысить технические характеристики и создавать новые функциональные узлы [75, 76]. Внедрение в волноводные системы резонансных рассеивателей, ферритовых пластин [79, 80], других взаимодействующих элементов даёт возможности для реализации новых эффектов и совершенствования волноводных систем.

Для описания дисперсионных свойств цепочек (решёток) из резонансных элементов и для исследования метаматериалов в микроскопическом приближении активно используется метод прямого суммирования полей [81–86] в предположении, что излучение отдельного элемента не зависит от соседних элементов.

Одной из важных прикладных задач является анализ влияния цепочки на закритический волновод в целях возможной миниатюризации волноводных систем. Такой подход был успешно применён [87] для анализа экспериментально наблюдаемого эффекта «просветления» прямоугольного закритического волновода со вставкой из магнитного метаматериала [88]. При этом, прямым суммированием невозможно проанализировать волноводные свойства в круглом волноводе.

Отметим также, что цепочки из металлических наночастиц способны поддерживать локализованные нелинейные моды [77, 78], использование которых открывает широкие возможности реализации нелинейных элементов и узлов в оптическом диапазоне длин волн.

Предложенный в диссертационной работе метод разложения по гармоникам тока позволяет получить аналитическое решение для дисперсионных

свойств цепочек из резонансных элементов в круглых металлическом и диэлектрическом волноводах.

Исследование нелинейно-оптических свойств металлических наночастиц (в частности, генерации второй гармоники и эффекта самовоздействия) является важным этапом на пути к созданию нелинейных оптических метаматериалов, наноустройств преобразования частоты и др. Генерация второй гармоники металлической наночастицей теоретически рассматривалась во многих публикациях [42–50]. Наиболее полно важные аспекты генерации на наносфере раскрыты в работе [47]. Рассмотрев объёмные и поверхностные тензора восприимчивости второго порядка в общем виде, авторы показали, что основной вклад в поле излучения вносят дипольные и квадрупольные моменты на второй частоте, которые, в свою очередь, являются результатом взаимодействия моментов на основной частоте. Однако нахождение реальных значений элементов тензоров восприимчивости для различных металлов является отдельной, достаточно сложной задачей, для решения которой необходимо привлекать дополнительные теории и (или) эксперимент. При всем многообразии экспериментальных работ, посвящённых исследованию генерации второй гармоники [89–96], использовать полученные данные весьма проблематично, поскольку практически во всех работах имеет место не одиночная наносфера, а ансамбль частиц: растворы в жидкостях, система частиц, внедрённых или выращенных в диэлектрической основе, и т.д. В данной работе из первых принципов, в рамках модели свободных электронов и феноменологического описания нелинейных свойств поверхности металла анализируются аналитические выражения для дипольного и квадрупольного моментов, которыми характеризуется поле рассеяния на второй гармонике, и нелинейная поправка к наведённому полем дипольному моменту наночастицы на основной частоте. Исследуются зависимости интенсивности излучения и направленности нелинейного рассеяния от частоты падающего на частицу электромагнитного поля. Развитая теория объясняет экспериментально наблюдаемые особенности,

характерные для нелинейной восприимчивости диэлектрических материалов, содержащих наноразмерные металлические включения.

Диагностика нанообъектов и наноструктурированных метаматериалов является важной задачей для современных нанотехнологий. Одним из направлений в данной области исследований является безапертурная оптическая микроскопия ближнего поля, принцип действия которой основан на ближнепольном взаимодействии иглы атомно-силового микроскопа и объекта. При облучении лазерным пучком зонда вблизи его кончика возникает локализованное на наномасштабах (порядка радиуса кривизны острия зонда) сильное электрическое поле. Его воздействие на исследуемые нанообъекты приводит к изменениям как интенсивности, так и частотного состава рассеянного излучения. Эти изменения представляют собой для безапертурной оптической микроскопии ближнего поля источник информации об изучаемом нанообъекте [97–103]. В частности, при проведении локальных спектроскопических измерений усиленное на кончике иглы поле играет роль наноразмерного источника света, что позволяет осуществлять локальную спектроскопию различных наноструктур. Например, с использованием иглы атомно-силового микроскопа (АСМ) изучалась двухфотонная люминесценция нанонитей, состоящих из скоплений молекул (molecule aggregates) [99–101], и проводилась Рамановская спектроскопия (TERS) отдельных углеродных нанотрубок [102, 103]. Игла АСМ может также служить в качестве локального рассеивателя в задачах исследования структуры ближних полей резонансных нанообъектов, возбуждаемых лазерным излучением [104–106].

Одним из перспективных направлений практического применения нелинейно-оптических эффектов при сканировании образцов иглой атомно-силового микроскопа является диагностика поверхности (шероховатостей) и определение размеров и формы нанообъектов. В отличие от линейного рассеяния, предложенная в диссертационной работе методика учёта нелинейных эффектов позволяет получить дополнительную информацию о форме и ориентации

объектов с геометрическими параметрами меньше характерных размеров сканирующей иглы.

Цели и задачи диссертационной работы:

Основной целью работы является исследование волноведущих свойств плоско-слоистых резонансных метаматериалов и изучение нелинейно-оптических эффектов, сопровождающих резонансное взаимодействие металлических наночастиц с лазерным излучением.

В частности, в рамках единой концепции взаимодействия истинных поверхностных волн³ в макроскопическом приближении были решены задачи о распространении истинных поверхностных волн вдоль слоя из анизотропного метаматериала и о собственных модах такого слоя, помещённого в полосковую линию и в металлический волновод. Кроме того, с помощью предложенного в диссертации метода разложения дискретных источников по пространственным гармоникам тока, были исследованы собственные моды продольной цепочки из резонансных элементов в металлическом и диэлектрическом волноводах.

При рассмотрении нелинейно-оптических свойств металлических наночастиц, основное внимание уделялось генерации второй гармоники и эффекту самовоздействия, а также численному моделированию двухфотонной люминесценции металлической наночастицы и иглы атомно-силового микроскопа при облучении их фемтосекундными лазерными импульсами.

Научная и практическая значимость. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для создания, на основе анизотропных метаматериалов новых волноведущих и замедляющих систем. Рассмотренные в работе цепочки резонансных элементов в круглом металлическом и диэлектрическом волноводах могут применяться для миниатюризации волно-

³ Истинная поверхностная волна — это волна, с обеих сторон прижатая к границе раздела двух сред.

ведущих систем и для создания различного рода датчиков (удара, движения). Допирование металлическими наночастицами слабо нелинейных диэлектрических материалов перспективно для создания материалов с большой безынерционной оптической нелинейностью. Предложенная методика оценки формы и ориентации наночастиц полезна с точки зрения улучшения диагностики нанообъектов и наноструктурированных метаматериалов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Анизотропные метаматериалы с отрицательными значениями компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей перспективны для создания компактных замедляющих систем с заданными дисперсионными и поляризационными характеристиками.
2. Электродинамические свойства мод аксиально-симметричных и плоско-слоистых металл-диэлектрических структур, содержащих цепочки и решётки из взаимодействующих резонансных элементов, можно рассчитывать с помощью предложенной в работе методики, позволяющей избежать присущих данной задаче вычислительных сингулярностей.
3. Экспериментально наблюдаемая большая безынерционная дефокусирующая нелинейность, возникающая при допировании слабо нелинейных диэлектрических материалов золотыми наночастицами, имеет электронную природу и связана с появлением у отдельных наночастиц дополнительного дипольного момента на основной частоте.
4. Изучение нелинейных эффектов, сопровождающих резонансное взаимодействие металлических наночастиц в оптическом и инфракрасном частотном диапазонах, открывает новые возможности диагностики наноразмерных объектов. Так, сравнение результатов численного моделирования взаимодействия металлических наночастиц и иглы АСМ с измеряемыми в экспериментах картами двухфотонной люминесценции позво-

ляет извлечь дополнительную информацию о форме и ориентации наночастиц.

Степень достоверности и апробация результатов. Изложенные в диссертации результаты докладывались на семинарах ИПФ РАН и на следующих конференциях:

- Progress in Electromagnetics Research Symposium (March 26–29, 2006, Cambridge, USA).
- 11-й Нижегородской сессии молодых учёных (16–21 апреля 2006 года, Татинец, Нижегородская обл., Россия).
- 12-й Нижегородской сессии молодых учёных (15–20 апреля 2007 года, Татинец, Нижегородская обл., Россия).
- 11-й Научной конференции по радиофизике (7 мая 2007 года, Нижний Новгород, Россия).
- 8-й Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (21–26 мая 2007, Звенигород, Московская обл., Россия).
- 17-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (10–14 сентября 2007 г., Севастополь, Украина).
- 13-й Нижегородской сессии молодых ученых (21–25 апреля 2008 года, Татинец, Нижегородская обл., Россия).
- 10th Anniversary International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON2008) (22–26 June 2008, Athens, Greece).
- 7th International Workshop on Strong Microwaves: Sources and Applications (27 July – 2 August 2008, Nizhny Novgorod, Russia).

- 11-й Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (24–29 мая 2010, Звенигород, Московская обл., Россия).
- International Conference «Days on diffraction'2010», (June 8–11, 2010, Saint Petersburg, Russia).
- Конференции молодых учёных «Нелинейные волновые процессы» при всероссийской научной школе «Нелинейные волны-2012» (29 февраля – 6 марта 2012, Бор, Нижегородская обл., Россия).
- 15th International Conference «Laser Optics-2012», (June 25–29, 2012, Saint Petersburg, Russia).
- XVII симпозиум «Наноп физика и наноэлектроника», (11–15 марта, 2013, Нижний Новгород, Россия).
- The International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO) (18–22 June 2013, Moscow, Russia).
- 15th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON2013) (23–27 June 2013, Cartagena, Spain).
- 16th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON2014) (6–10 July 2014, Graz, Austria).

Основные результаты диссертационной работы.

1. Изучены волноведущие свойства слоёв из анизотропных метаматериалов с отрицательными значениями компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей. Показано, что такие слои могут поддерживать прямые и обратные медленные электромагнитные волны ТЕ и ТМ типов.

2. Проанализированы дисперсионные и поляризационные характеристики электромагнитных мод металлических волноводов, частично заполненных метаматериалом. Показано, что, варьируя расстояния между металлическими стенками и слоем метаматериала, можно изменять замедление распространяющихся мод в широком диапазоне, а также трансформировать прямые волны в обратные, и наоборот.
3. Предложена методика расчёта дисперсионных и поляризационных характеристик мод, распространяющихся вдоль одномерных и двумерных периодических систем из взаимодействующих резонансных элементов, внедрённых в аксиально-симметричные и плоско-слоистые металл-диэлектрические структуры. Показано, что она позволяет устранить присущие рассматриваемой задаче вычислительные сингулярности. Метод апробирован на примере цепочек из резонансных диполей в круглых металлическом и диэлектрическом волноводах.
4. В рамках модели свободных электронов и феноменологического описания нелинейных электродинамических свойств поверхности металла проанализированы нелинейные эффекты, сопровождающие рассеяние лазерного излучения на металлической наночастице сферической формы. Получены аналитические выражения для дипольного и квадрупольного моментов, которыми характеризуется поле нелинейного рассеяния. Объяснено экспериментально наблюдаемое появление большой безынерционной нелинейности в диэлектрических материалах, допированных золотыми наночастицами.
5. Численно промоделирована зависимость интенсивности двухфотонной люминесценции от взаимного расположения металлической наночастицы и иглы атомно-силового микроскопа при облучении их фемтосекундными лазерными импульсами. Показано, что измеренные в эксперименте карты двухфотонной люминесценции содержат дополнительную инфор-

мацию о форме и ориентации наночастиц. Эту информацию можно извлекать путём сопоставления экспериментальных результатов с базисными картами двухфотонной люминесценции, рассчитанными для эталонных объектов.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 24 научных работах [65, 66, 107–128], в том числе в 6 статьях в реферируемых российских и зарубежных научных журналах [65, 66, 107–110].

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы и списка иллюстративного материала. Всего в работе 30 рисунков. Список литературы состоит из 154 наименований. Общее количество страниц в диссертации — 120.

Краткое содержание работы

Во *Введении* освещено современное состояние исследования рассматриваемых в диссертации задач, обоснована актуальность темы и её практическая значимость, сформулированы положения, выносимые на защиту, кратко, по главам, изложено содержание диссертации.

В *Первой главе* рассмотрены электромагнитные волны, направляемые плоско-слоистыми системами из метаматериалов в макроскопическом приближении.

В *разделе 1.1* кратко описаны общие свойства среды с одновременно отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей (среда Веселаго).

В разделе 1.2 рассматриваются истинные поверхностные волны (ИПВ) на границе раздела метаматериала и вакуума. Исследован изотропный метаматериал (н. 1.2.1) и случай, когда тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют вид, характерный для одноосных кристаллов (н. 1.2.2).

Показано, что поверхностные волны на границе раздела изотропного метаматериала с $\varepsilon(\omega) < 0$ и $\mu(\omega) < 0$ и вакуума, при $\varepsilon < -1$, $\varepsilon\mu < 1$ (ТМ) и $\mu < -1$, $\varepsilon\mu < 1$ (ТЕ) являются *прямыми*, а при $-1 < \varepsilon < 0$, $\varepsilon\mu > 1$ (ТМ) и $-1 < \mu < 0$, $\varepsilon\mu > 1$ (ТЕ) — *обратными*. Отметим, что на границе плазмы с вакуумом поверхностные волны всегда прямые.

В вырожденном предельном случае $\varepsilon(\omega) = \mu(\omega) = -1$ ($\varepsilon(\omega)\mu(\omega) = 1$) дисперсионные соотношения автоматически выполняются и для ТМ, и для ТЕ мод, причём при любом значении постоянной распространения. С этим вырождением связан эффект «совершенной» линзы [67], у которой предел разрешающей способности меньше дифракционного. Каждая спадающая компонента пространственного Фурье-спектра источника при прохождении такой линзы резонансно усиливается возбуждаемой поверхностной волной, существующей при любых замедлениях.

В разделе 1.3 изучаются моды слоя из метаматериала. Прослежен переход от поверхностных мод (прямых (н. 1.3.1), обратных (н. 1.3.2), вырожденных (н. 1.3.3)), поддерживаемых границей метаматериала, к модам слоя, когда имеются две направляющие поверхности. Подчёркивается, что этот переход носит не просто нетривиальный, но иногда и непредсказуемый характер. Взаимодействие ИПВ расширяет частотный интервал существования поверхностных волн слоя. При формировании моды прямыми ИПВ симметричная поверхностная волна остаётся прямой и однозначной независимо от толщины слоя, в то время как дисперсионные кривые для асимметричных мод претерпевают значительные изменения, а именно, вблизи выделенной частоты формируется область неоднозначности («зигзаг»), и в узком интервале частот слой метаматериала поддерживает сразу три поверхностных моды (две прямых и

одну обратную). Для всех асимметричных мод слоя, образованных за счёт обратных ИПВ, обязан сформироваться загиб.

В *разделе 1.4* анализируются изменения дисперсионных характеристик мод слоя из метаматериала, помещённого в прямоугольный металлический волновод. Рассмотрены две вспомогательные задачи о слое между параллельными границам раздела (п. *1.4.1*) и перпендикулярными им (п. *1.4.2*) бесконечными металлическими стенками. В *пункте 1.4.3* проанализирован общий случай прямоугольного волновода. Как показано в диссертации, металлические стенки в значительной степени влияют на дисперсию мод за счёт перераспределения потоков энергии и расширяют волноведущие свойства слоя на область распространения быстрых волн. Варьируя положением металлических стенок, можно, в частности, реализовать интересный класс собственных мод, у которых прямые волны быстрые, а обратные — медленные. Продольные и поперечные к границе раздела металлические стенки по-разному влияют на рассматриваемую здесь моду волновода. Сближение продольных стенок приводит к увеличению замедления, а поперечных, наоборот, — к уменьшению; то есть имеет место своеобразная конкуренция влияния размеров волновода на дисперсию распространяющейся в нем волны.

Во *Второй главе* рассматриваются собственные моды одно- и двумерных систем из резонансных элементов: цепочка и плоскость. Предложен метод расчёта дисперсионных свойств подобных структур, который позволяет найти аналитическое решения в случае сложного электромагнитного окружения, например, цепочка из резонансных элементов в круглом металлическом и диэлектрическом волноводах.

В *разделе 2.1* описана общая идеология расчёта дисперсионных свойств периодических систем методом разложения по гармоникам фиктивного тока. Проведено сравнение полученного решения с хорошо известным и общепринятым методом прямого суммирования полей. Оценена точность решения.

В *разделе 2.2* рассматривается продольная цепочка диполей в круглом

металлическом волноводе. Получены аналитические выражения для дисперсионного уравнения в случае электрических и магнитных диполей. Показаны особенности влияния металлических стенок волновода на дисперсионные свойства цепочек.

В *разделе 2.3* показана эффективность предложенной методики на примере продольной цепочки диполей в круглом диэлектрическом волноводе (оптическом волокне). Показаны особенности дисперсионных свойств цепочки из электрических диполей в подобном окружении.

В *разделе 2.4* произведено обобщение метода разложения по гармоникам фиктивного тока на двумерных случай. Рассмотрены собственные моды прямоугольной решётки из продольных диполей. Проведено сравнение полученного решения с методом прямого суммирования полей в двумерном случае.

В *Третьей главе* рассматриваются нелинейно-оптические эффекты при рассеянии лазерного излучения на металлических наночастицах.

В *разделе 3.1* анализируются эффекты генерации второй гармоники и самовоздействия лазерного излучения, падающего на металлическую наночастицу сферической формы. В *пункте 3.1.1* представлен подход к описанию нелинейных свойств на основе модели свободных электронов в металле и феноменологически учитывающий влияние поверхности. В *пункте 3.1.3* анализируются выражения для дипольного и квадрупольного моментов, которыми характеризуется поле рассеяния на второй гармонике. Исследуются зависимости интенсивности и направленности нелинейного рассеяния от частоты облучающего частицу электромагнитного поля (линейный отклик системы рассмотрен в *пункте 3.1.2*). *Пункт 3.1.4* посвящён нелинейной поправке к наведённому полем дипольному моменту наночастицы на основной частоте. Объясняются экспериментально наблюдаемые особенности, характерные для нелинейной восприимчивости диэлектрических материалов, содержащих наноразмерные металлические включения.

В *разделе 3.2* промоделировано нелинейно-оптическое взаимодействие ме-

таллических наночастиц с иглой атомно-силового микроскопа при облучении фемтосекундными лазерными импульсами.

В *пункте 3.2.1* приведено описание экспериментальных результатов по нелинейно-оптической диагностике золотых наночастиц. *Пункт 3.2.2* посвящён численному моделированию нелинейно-оптического взаимодействия металлических наночастиц с иглой атомно-силового микроскопа. Показано, что измеряемые в эксперименте карты двухфотонной люминесценции содержат в себе дополнительную информацию о форме и ориентации наночастиц. Эту информацию о наночастицах можно извлечь путём сопоставления экспериментальных результатов с базисными картами двухфотонной люминесценции, рассчитанными для эталонных объектов. Подобная методика нелинейной диагностики расширяет возможности атомно-силовой микроскопии для получения информации о металлических нанообъектах на поверхности, позволяя исследовать форму и ориентацию наночастиц с характерными размерами, сравнимыми с размером кончика иглы АСМ.

В *Заключении* кратко изложены основные результаты проведённых в диссертации исследований.

Глава 1

Волноведущие свойства плоско-слоистых метаматериалов. Макроскопическое описание

В данной главе рассматриваются электромагнитные волны, направляемые плоско-слоистыми системами из метаматериалов в макроскопическом приближении. Кратко описаны общие свойства среды с одновременно отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Исследуются дисперсионные свойства поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы раздела резонансного метаматериала с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей ($\epsilon < 0$ и $\mu < 0$) и вакуума. Подобная граница способна поддерживать как прямые, так и обратные поверхностные волны. Важной особенностью является эффект вырождения мод, когда одному значению частоты соответствует бесконечное число волн с произвольным замедлением.

Изучаются моды слоя из метаматериала. Прослежен переход от поверхностных мод (прямых, обратных, вырожденных), поддерживаемых границей метаматериала, к модам слоя, когда имеются две направляющие поверхности.

Анализируются изменения дисперсионных характеристик мод слоя из метаматериала, помещённого в прямоугольный металлический волновод. Металлические стенки в значительной степени влияют на дисперсию мод за счёт перераспределения потоков энергии и расширяют волноведущие свойства слоя на область распространения быстрых волн. Показано, что варьирование параметров волновода, в частности, позволяет реализовать интересный класс собственных мод, у которых прямые волны быстрые, а обратные — медленные. Изложение основано на работах [65, 66, 108, 113–117, 121, 122].

1.1. Метаматериал с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей (среда Веселаго)

Наиболее полное теоретическое описание электродинамических свойств изотропной среды с одновременно отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей ($\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$) впервые было сделано советским физиком Виктором Георгиевичем Веселаго в 1967 году [129]. Следует заметить, что отдельные аспекты рассматривались ранее, так, например, отрицательная рефракция обсуждалась Леонидом Исааковичем Мандельштамом задолго до Веселаго [130]¹.

В такой среде, как нетрудно показать непосредственно из уравнений Максвелла, макроскопические электрическое ($\mathbf{E}$) и магнитное ($\mathbf{H}$) поля в однородной плоской волне образуют с волновым вектором $\mathbf{k}$ левую тройку; при этом $\mathbf{k}$ и усреднённая по времени плотность потока энергии $\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)$ оказываются противоположно направленными, а сами волны — *обратными*.

Кратко перечислим основные «необычные» свойства среды Веселаго (более подробное описание можно найти как в оригинальной работе [129], так и в ряде обзоров [132–134]):

1. С возбуждением обратных волн связано «обращение» эффектов Доплера и Вавилова-Черенкова. «Обращение» заключается в том, что частота приближающегося источника уменьшается, удаляющегося — увеличивается, а угол раствора конуса, образованного векторами плотности потока энергии черенковского излучения, по отношению к направлению движения частицы становится тупым.
2. Имеет место эффект *отрицательного электромагнитного давления*. С помощью сравнительно простых вычислений можно найти силу, действу-

¹ Детальное описание истории вопроса можно найти в работе [131].

ющую на границу раздела среды Веселаго с вакуумом. Оказывается, что падающая из среды Веселаго волна притягивает к себе эту границу («отрицательное» давление). Однако если за границей поместить металлический экран, сохраняя сколь угодно малый вакуумный промежуток, то действующая на него сила будет направлена как обычно внутрь экрана («положительное» давление). При этом суммарное (результатирующее) давление волны на границу раздела и экран останется все-таки отрицательным.

3. Наиболее важным считается эффект *отрицательной рефракции*. Он является следствием непрерывности тангенциальной компоненты волнового вектора на границе раздела и условий излучения.

1.2. Истинные поверхностные волны (ИПВ) на границе раздела «метаматериал — вакуум»

Истинная поверхностная волна (ИПВ) — это волна, с обеих сторон прижатая к границе раздела двух сред. Все компоненты электромагнитного поля в ней спадают по экспоненциальному закону при удалении от границы. Просто поверхностными (не истинными) часто называют волны, прижатые к границе лишь с одной стороны и имеющие синусоидальное стоячее распределение с другой. Они реализуются, в частности, в условиях полного внутреннего отражения. Классическим примером истинной поверхностной волны является волна на границе «вакуум-плазма» (или плазмopodobная среда) с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon < -1$. С ее наличием связаны весьма интересные, практически важные каналирующие свойства плазменного слоя, а именно, существование обратных мод, мод с комплексными постоянными распространения и др. [135].

В данном разделе обсуждаются поверхностные волны на границе раздела

метаматериала и вакуума [56–59]. Они представляют интерес для создания различного рода замедляющих систем. Для этих волн характерен особенный случай вырождения, когда одному и тому же значению частоты соответствует бесконечное количество поверхностных мод с произвольным замедлением.

Рассмотрим метаматериал, тензоры эффективных проницаемостей (диэлектрической $\hat{\varepsilon}$ и магнитной $\hat{\mu}$) которого имеют следующий вид, характерный для одноосных кристаллов:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\parallel} \end{vmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_{xx} = \mu_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} = \mu_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} = \mu_{\parallel} \end{vmatrix}. \quad (1.1)$$

Современные метаматериалы (в пренебрежении потерями) можно описать (см., например, [136]) с помощью следующей частотной зависимости компонент тензоров (1.1):

$$\varepsilon_{\perp, \parallel} = 1 - \frac{\omega_{p\perp, \parallel}^2}{\omega^2 - \omega_{\varepsilon\perp, \parallel}^2}, \quad \mu_{\perp, \parallel} = 1 - \frac{\omega_{m\perp, \parallel}^2}{\omega^2 - \omega_{\mu\perp, \parallel}^2}, \quad (1.2)$$

где ω - частота процесса, $\omega_{p\perp, \parallel}$, $\omega_{\varepsilon\perp, \parallel}$, $\omega_{m\perp, \parallel}$, $\omega_{\mu\perp, \parallel}$ определяются технологическим дизайном элементарной ячейки метаматериала. Например, если в качестве резонансных элементов используются тонкие металлические проволоочки (см. [7]), $\omega_{\varepsilon\perp, \parallel} = 0$.

Из (1.2) видно, что диэлектрическая $\varepsilon_{\perp, \parallel}$ и магнитная $\mu_{\perp, \parallel}$ проницаемости принимают отрицательные значения в интервале частот $\omega_{1\perp, \parallel} > \omega > \omega_{2\perp, \parallel}$, границы которого соответственно равны:

$$\begin{aligned} \omega_{1\perp, \parallel} &= \max \left\{ \sqrt{\omega_{p\perp, \parallel}^2 + \omega_{\varepsilon\perp, \parallel}^2}, \sqrt{\omega_{m\perp, \parallel}^2 + \omega_{\mu\perp, \parallel}^2} \right\}, \\ \omega_{2\perp, \parallel} &= \min \left\{ \sqrt{\omega_{p\perp, \parallel}^2 + \omega_{\varepsilon\perp, \parallel}^2}, \sqrt{\omega_{m\perp, \parallel}^2 + \omega_{\mu\perp, \parallel}^2} \right\}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Пусть граница раздела совпадает с плоскостью $x = 0$: при $x > 0$ — метаматериал, $x < 0$ — вакуум, и в направлении оси z бежит истинная по-

верхностная волна с временной зависимостью $e^{i\omega t}$:

ТМ волна:

$$\begin{aligned} x < 0 & \begin{cases} H_y = Ae^{\eta x} e^{-ihz}, \\ E_x = A \frac{ch}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \\ E_z = -iA \frac{c\eta}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \end{cases} \quad \eta^2 = h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \\ x > 0 & \begin{cases} H_y = Be^{-\tilde{\eta} x} e^{-ihz}, \\ E_x = B \frac{ch}{\omega \varepsilon_{\perp}} e^{-\tilde{\eta} x} e^{-ihz}, \\ E_z = -iB \frac{c\tilde{\eta}}{\omega \varepsilon_{\parallel}} e^{-\tilde{\eta} x} e^{-ihz}, \end{cases} \quad \frac{\tilde{\eta}^2}{\varepsilon_{\parallel}} = \frac{h^2}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \mu_{\parallel}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

ТЕ волна:

$$\begin{aligned} x < 0 & \begin{cases} E_y = Ae^{\eta x} e^{-ihz}, \\ H_x = -A \frac{ch}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \\ H_z = iA \frac{c\eta}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \end{cases} \quad \eta^2 = h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \\ x > 0 & \begin{cases} E_y = Be^{-\tilde{\eta} x} e^{-ihz}, \\ H_x = -B \frac{ch}{\omega \mu_{\perp}} e^{-\tilde{\eta} x} e^{-ihz}, \\ H_z = -iB \frac{c\tilde{\eta}}{\omega \mu_{\parallel}} e^{-\tilde{\eta} x} e^{-ihz}, \end{cases} \quad \frac{\tilde{\eta}^2}{\mu_{\parallel}} = \frac{h^2}{\mu_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\parallel}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где h — постоянная распространения волны, c — скорость света.

Удовлетворяя граничным условиям непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, после несложных преобразований получаем дисперсионные уравнения:

$$\begin{aligned} \text{ТМ волна:} \quad & \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} = -\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}} \sqrt{\varepsilon_{\parallel} \left(\frac{h^2}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \mu_{\parallel} \right)}, \\ \text{ТЕ волна:} \quad & \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} = -\frac{1}{\mu_{\parallel}} \sqrt{\mu_{\parallel} \left(\frac{h^2}{\mu_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\parallel} \right)}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Заметим, что ИПВ существует только при $\varepsilon_{\parallel} < 0$ (ТМ волна) и $\mu_{\parallel} < 0$ (ТЕ волна). Приведём выражения для полного потока энергии в направлении

оси z в поверхностных волнах (1.4) и (1.5):

$$\begin{aligned} \text{TM волна:} \quad P_z^{\text{TM}} &= \frac{A^2 \hbar c}{2\omega\eta} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}} \right), \\ \text{TE волна:} \quad P_z^{\text{TE}} &= \frac{A^2 \hbar c}{2\omega\eta} \left(1 - \frac{1}{\mu_{\perp}\mu_{\parallel}} \right). \end{aligned} \quad (1.7)$$

В выражениях (1.7) первое слагаемое ответственно за поток энергии в вакууме (он всегда положителен), а второе — в метаматериале (его знак может быть как положительным, так и отрицательным). При этом допустима ситуация, когда отрицательный поток в среде больше положительного в вакууме, тем самым реализуется так называемая *обратная волна*. Условия ее существования имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{TM волна:} \quad \varepsilon_{\parallel} < 0, \varepsilon_{\perp} < 0, \varepsilon_{\parallel}\varepsilon_{\perp} < 1, \\ \text{TE волна:} \quad \mu_{\parallel} < 0, \mu_{\perp} < 0, \mu_{\parallel}\mu_{\perp} < 1. \end{aligned} \quad (1.8)$$

1.2.1. Изотропный метаматериал

В изотропной среде с $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon$ и $\mu_{\perp} = \mu_{\parallel} = \mu$ соотношения (1.6) упрощаются:

$$\begin{aligned} \text{TM волна:} \quad \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} &= -\frac{1}{\varepsilon} \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon \mu, \\ \text{TE волна:} \quad \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} &= -\frac{1}{\mu} \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon \mu. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Для изотропной плазмы с $\mu = 1$ и $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ истинными поверхностными волнами могут быть только ТМ моды, причём на частотах $\omega < \frac{\omega_p}{\sqrt{2}}$, когда $\varepsilon(\omega) < -1$. Нетрудно видеть (см. (1.8)), что при этом волна на границе плазма-вакуум всегда прямая.

В метаматериале с $\varepsilon(\omega) < 0$ и $\mu(\omega) < 0$ поверхностные волны отличаются большим разнообразием. Рассмотрим ТМ моды. Для ТЕ мод, по принципу перестановочной двойственности, нужно поменять местами ε и μ .

Считая $\varepsilon(\omega) < 0$, перепишем дисперсионное уравнение ТМ волны (1.9) в более удобном для исследования виде:

$$h = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon^2 - \varepsilon\mu}{\varepsilon^2 - 1}}. \quad (1.10)$$

Для поверхностных волн (1.4) должны выполняться условия: $h > \frac{\omega}{c}$, $h > \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu}$, а это возможно согласно (1.10), только когда:

$$1) \quad \varepsilon < -1, \quad \varepsilon\mu < 1 \quad \text{или} \quad 2) \quad -1 < \varepsilon < 0, \quad \varepsilon\mu > 1. \quad (1.11)$$

Аналогично, поверхностные ТЕ моды (1.5) существуют, если:

$$1) \quad \mu < -1, \quad \varepsilon\mu < 1 \quad \text{или} \quad 2) \quad -1 < \mu < 0, \quad \varepsilon\mu > 1. \quad (1.12)$$

Нетрудно заметить, что требования (1.11) и (1.12) никогда не выполняются одновременно, или, другими словами, на одних и тех же частотах не могут сразу распространяться и ТМ, и ТЕ поверхностные волны. Особо отметим, что поверхностные волны на границе раздела метаматериала с $\varepsilon(\omega) < 0$ и $\mu(\omega) < 0$ и вакуума, при $\varepsilon < -1$, $\varepsilon\mu < 1$ (ТМ) и $\mu < -1$, $\varepsilon\mu < 1$ (ТЕ) являются *прямыми* (см. (1.8)), а при $-1 < \varepsilon < 0$, $\varepsilon\mu > 1$ (ТМ) и $-1 < \mu < 0$, $\varepsilon\mu > 1$ (ТЕ) — *обратными*. Напомним, что на границе плазмы с вакуумом поверхностные волны всегда прямые.

В вырожденном предельном случае $\varepsilon(\omega) = \mu(\omega) = -1$ ($\varepsilon(\omega)\mu(\omega) = 1$) дисперсионные соотношения (1.9) автоматически выполняются и для ТМ, и для ТЕ мод, причём при любом значении постоянной распространения h . Если сравнить потоки энергии в метаматериале и в вакууме (1.7), то они окажутся равными по абсолютной величине и противоположно направленными. В итоге, полный поток энергии во всех поверхностных волнах равен нулю, так же как и их групповые скорости. В отсутствии потерь стационарное решение в такой ситуации не возможно. С этим вырождением связан, по существу, эффект «совершенной» линзы [67–72], у которой предел разрешающей способности меньше дифракционного. Каждая спадающая компонента пространственного

Фурье-спектра источника при прохождении такой линзы резонансно усиливается возбуждаемой поверхностной волной, существующей при любых замедлениях.

На рисунке 1.1 приведены зависимости замедления $\gamma = h/k_0$ от относительной отстройки частоты $\delta\omega = \frac{\omega}{\omega_p}$ для поверхностных ТМ и ТЕ волн в метаматериале с:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \mu = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_\mu^2}, \quad (1.13)$$

где $F = 0.56$, $\omega_\mu/\omega_p = 0.4$ (параметры соответствуют реальному метаматериалу [60]). Значения частот, при которых выполняются условия: $\varepsilon(\omega_1) = -1$, $\mu(\omega_2) = -1$ и $\varepsilon(\omega_3)\mu(\omega_3) = -1$, равны соответственно $\omega_1/\omega_p = 0.71$, $\omega_2/\omega_p = 0.45$, $\omega_3/\omega_p = 0.52$.

На рисунке 1.2 показана эволюция дисперсионных кривых при изменении параметра ω_μ для метаматериала (1.13):

$$\left(\frac{\omega_\mu}{\omega_p}\right)_1 = 0.4, \quad \left(\frac{\omega_\mu}{\omega_p}\right)_2 = 0.5, \quad \left(\frac{\omega_\mu}{\omega_p}\right)_3 = 0.6, \quad \left(\frac{\omega_\mu}{\omega_p}\right)_4 = 0.7, \quad \left(\frac{\omega_\mu}{\omega_p}\right)_5 = 0.8.$$

Резонансные частоты для магнитной проницаемости (1, 2, 3, 4, 5) подобраны таким образом, чтобы пройти различные области выполнения условий $\varepsilon = -1$, $\mu = -1$, $\varepsilon\mu = 1$, причём третье значение выполняет условия $\varepsilon = -1$ и $\mu = -1$ одновременно, на одной и той же частоте. Случаю 3 соответствует вырождение дисперсионной кривой в вертикальную прямую $\omega = \text{const}$. Групповая скорость волнового пакета при этом точно равна нулю.

1.2.2. Анизотропный метаматериал

Рассмотрим влияние анизотропии (1.1) на дисперсионные характеристики ИПВ. Проанализируем ТМ моды, учитывая, что все результаты переносятся на ТЕ моды заменой: $\varepsilon_\perp \rightarrow \mu_\perp$, $\varepsilon_\parallel \rightarrow \mu_\parallel$, $\mu_\perp \rightarrow \varepsilon_\perp$, $\mu_\parallel \rightarrow \varepsilon_\parallel$.

Как видно из дисперсионного уравнения (1.6), для существования поверхностной ТМ волны необходимо выполнение условия $\varepsilon_\parallel < 0$. При этом $\varepsilon_\perp$ в

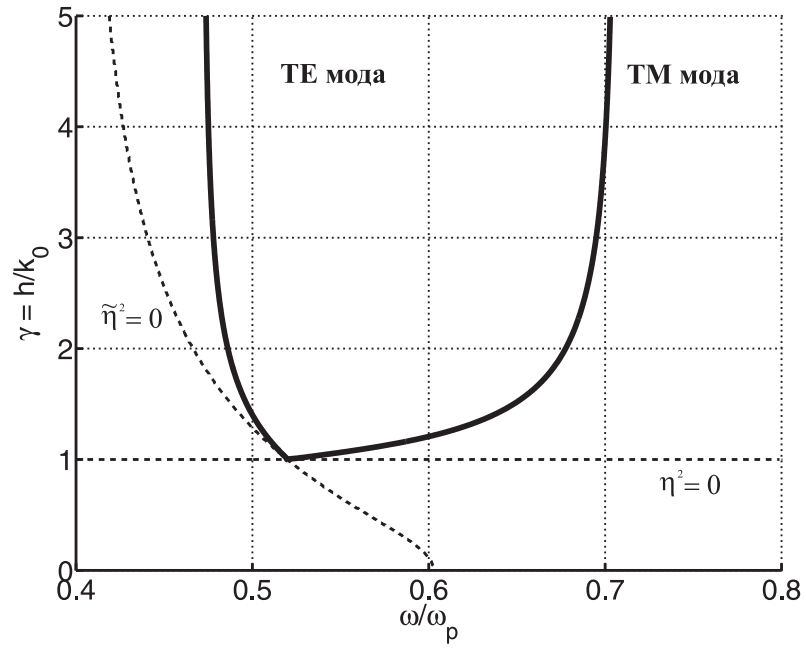


Рис. 1.1. Дисперсионные характеристики поверхностных ТМ и ТЕ волн на границе раздела «метаматериал — вакуум». Пунктирные линии $\eta^2 = 0$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ — границы существования ИПВ.

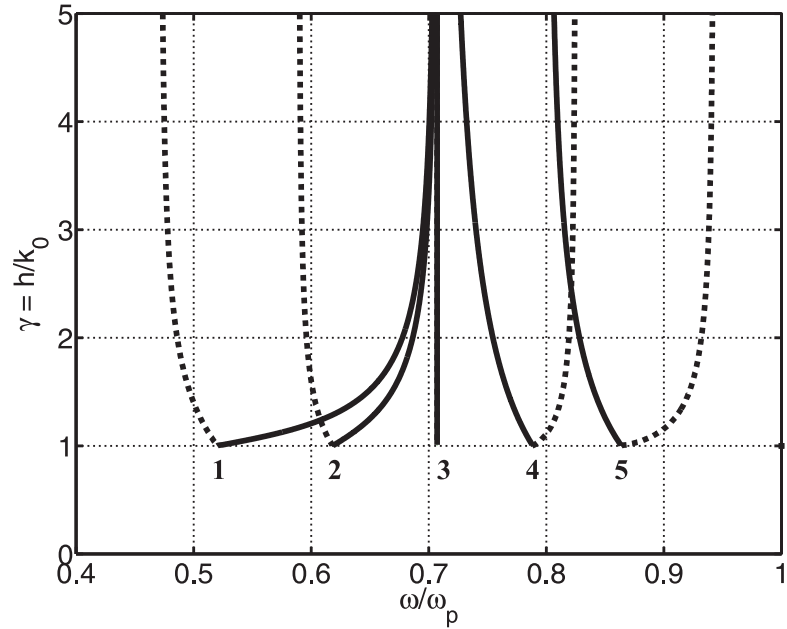


Рис. 1.2. Дисперсионные характеристики поверхностных ТМ (сплошные линии) и ТЕ (прерывистые линии) волн на границе раздела «метаматериал — вакуум» при различных параметрах ω_μ/ω_p .

принципе может принимать и положительные, и отрицательные значения. Перепишем соотношение (1.6), считая $\varepsilon_{||} < 0$, в виде:

$$h = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_{||}^2 - \varepsilon_{||}\mu_{||}}{\varepsilon_{||}^2 - \varepsilon_{||}/\varepsilon_{\perp}}}. \quad (1.14)$$

Рассмотрим случай, когда $\varepsilon_{||} < 0$ и $\varepsilon_{\perp} < 0$, тогда, используя (1.14), по аналогии с изотропным случаем нетрудно получить, что поверхностные ТМ моды реализуются, если:

$$\begin{aligned} \text{Прямые волны:} \quad & \varepsilon_{||}\varepsilon_{\perp} > 1 \quad (\varepsilon_{||} < 0), \quad \varepsilon_{\perp}\mu_{||} < 1, \\ \text{Обратные волны:} \quad & \varepsilon_{||}\varepsilon_{\perp} < 1 \quad (\varepsilon_{||} < 0), \quad \varepsilon_{\perp}\mu_{||} > 1. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Для существования поверхностных ТЕ мод, в свою очередь, нужно, чтобы выполнялись неравенства:

$$\begin{aligned} \text{Прямые волны:} \quad & \mu_{||}\mu_{\perp} < 1 \quad (\mu_{||} < 0), \quad \mu_{\perp}\varepsilon_{||} < 1, \\ \text{Обратные волны:} \quad & \mu_{||}\mu_{\perp} > 1 \quad (\mu_{||} < 0), \quad \mu_{\perp}\varepsilon_{||} > 1. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Из (1.14) следует, что когда $\varepsilon_{||}\varepsilon_{\perp} = 1$ ($\mu_{||}\mu_{\perp} = 1$), поверхностные ТМ моды (ТЕ моды) имеют бесконечное замедление; если же $\mu_{||}\varepsilon_{\perp} = 1$ ($\varepsilon_{||}\mu_{\perp} = 1$), то замедление равно единице.

Отметим, что условия (1.15) и (1.16) (также как (1.11) и (1.12)), никогда не выполняются одновременно, а, значит, частотные интервалы существования поверхностных ТЕ и ТМ волн также не перекрываются.

При $\varepsilon_{||}\varepsilon_{\perp} = 1$, $\mu_{||}\varepsilon_{\perp} = 1$ ($\mu_{||}\mu_{\perp} = 1$, $\varepsilon_{||}\mu_{\perp} = 1$) истинные поверхностные ТМ моды (ТЕ моды) могут иметь любое замедление $\gamma = h/k_0$ и не переносят потока энергии.

В случае, когда:

$$\varepsilon_{||} = \frac{1}{\varepsilon_{\perp}} = \mu_{||} = \frac{1}{\mu_{\perp}} < 0, \quad (1.17)$$

вырожденными будут ТМ и ТЕ волны одновременно. Эта ситуация аналогична вырождению в изотропном случае.

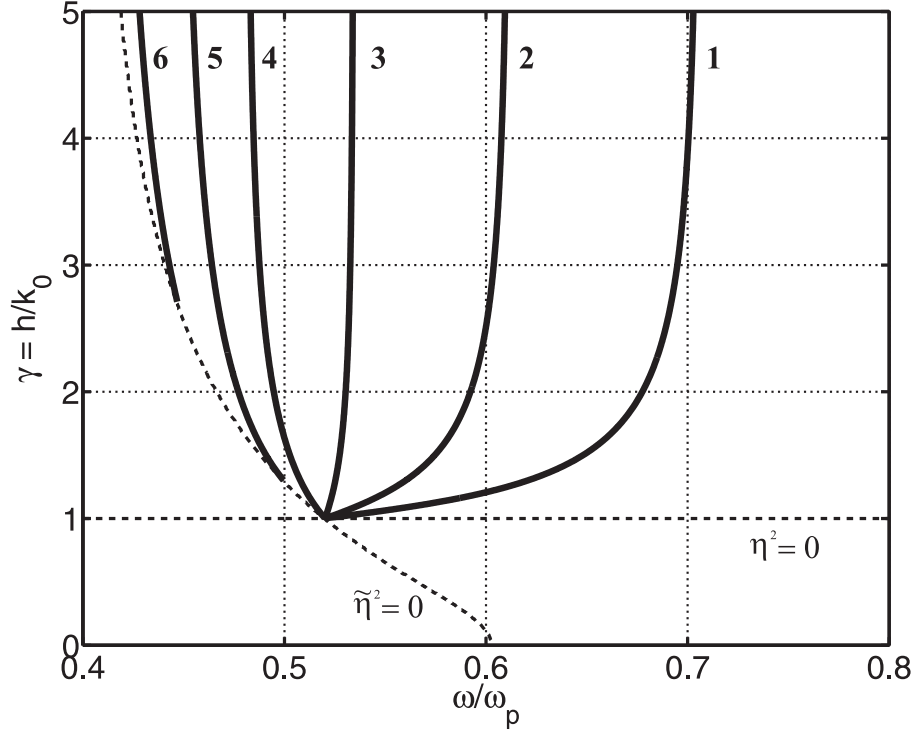


Рис. 1.3. Дисперсионные характеристики поверхностных ТМ волн на границе раздела «анизотропный метаматериал — вакуум» при различных параметрах $\omega_{p||}$. Пунктирные линии $\eta^2 = 0$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ — границы существования ИПВ.

Кристалл вида (1.17), правда с положительными значениями компонент тензоров магнитной и диэлектрической проницаемостей ($\varepsilon_{||}, \varepsilon_{\perp}, \mu_{||}, \mu_{\perp} > 0$), предложил в своё время С.П. Ефимов [137] в качестве примера безотражательной среды («невидимки» в отражённом свете). Для него при любом угле падения и любой поляризации выполняется условие Брюстера (равенство поверхностных импедансов падающих на границу раздела и прошедших через неё волн). Возможности использования подобной среды для реализации «совершенной» линзы с эффектом двулучепреломление для ТЕ и ТМ мод обсуждались в работе [138].

На рисунке 1.3 показаны дисперсионные характеристики поверхностных ТМ волн при следующей частотной зависимости компонент тензоров $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ (реализация случая $\varepsilon_{||} < 0$ и $\varepsilon_{\perp} < 0$):

$$\varepsilon_{\perp} = 1 - \frac{\omega_{p\perp}^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon_{||} = 1 - \frac{\omega_{p||}^2}{\omega^2}, \quad \mu_{||} = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{\mu}^2}. \quad (1.18)$$

Значения параметров $\omega_{p\perp}$, ω_μ , F фиксированы, а $\omega_{p\parallel}$ принимает шесть различных значений:

$$\omega_{p\perp} = \omega_p, \quad \omega_\mu/\omega_p = 0.4, \quad F = 0.56,$$

$$\left(\frac{\omega_{p\parallel}}{\omega_p}\right)_1 = 1, \left(\frac{\omega_{p\parallel}}{\omega_p}\right)_2 = 0.6, \left(\frac{\omega_{p\parallel}}{\omega_p}\right)_3 = 0.4, \left(\frac{\omega_{p\parallel}}{\omega_p}\right)_4 = 0.3, \left(\frac{\omega_{p\parallel}}{\omega_p}\right)_5 = 0.25, \left(\frac{\omega_{p\parallel}}{\omega_p}\right)_6 = 0.2.$$

Из рисунка 1.3 видно, что анизотропия может существенно повлиять на характер распространения волны. Изменение значения $\varepsilon_{\parallel}$ способно перераспределить потоки энергии так, что волна может из прямой (кривые 1, 2, 3) перейти в обратную (кривые 4, 5, 6). Заметим также, что для кривых 5 и 6 существует область частот, соответствующая переходу $\varepsilon_{\parallel}$ через ноль в положительную область, при этом волна существовать не может, и кривая обрывается на границе $\tilde{\eta}^2 = 0$.

В случае, когда $\varepsilon_{\parallel} < 0$ и $\varepsilon_{\perp} > 0$, из соотношения (1.14) следует, что истинные поверхностные ТМ моды (ТЕ моды) существуют лишь при положительных значениях $\mu_{\parallel} > \frac{1}{\varepsilon_{\perp}} \frac{h^2}{k_0^2} \left(\varepsilon_{\parallel} > \frac{1}{\mu_{\perp}} \frac{h^2}{k_0^2} \right)$, причём только прямые. Они полностью аналогичны хорошо изученным поверхностным волнам на границе «плазма-вакуум».

1.3. Замедленные волны, поддерживаемые слоем из метаматериала

Рассмотрим слой из метаматериала толщиной $2d$. Так же как в разделе 1.2, пусть волны распространяются вдоль оси z , ось x направлена поперёк слоя. В этом случае компоненты электромагнитного поля имеют следующий вид:

TM волна:

$$\begin{aligned}
 x > d & \left\{ \begin{aligned} H_y &= Ae^{-\eta x} e^{-ihz}, \\ E_x &= A \frac{ch}{\omega} e^{-\eta x} e^{-ihz}, \\ E_z &= -iA \frac{c\eta}{\omega} e^{-\eta x} e^{-ihz}, \end{aligned} \right. \quad \eta^2 = h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \\
 -d < x < d & \left\{ \begin{aligned} H_y &= B \begin{bmatrix} \text{sh}(\tilde{\eta}x) \\ \text{ch}(\tilde{\eta}x) \end{bmatrix} e^{-ihz}, \\ E_x &= B \frac{ch}{\omega \varepsilon_{\perp}} \begin{bmatrix} \text{sh}(\tilde{\eta}x) \\ \text{ch}(\tilde{\eta}x) \end{bmatrix} e^{-ihz}, \\ E_z &= -iB \frac{c\tilde{\eta}}{\omega \varepsilon_{\parallel}} \begin{bmatrix} \text{ch}(\tilde{\eta}x) \\ \text{sh}(\tilde{\eta}x) \end{bmatrix} e^{-ihz}, \end{aligned} \right. \quad \frac{\tilde{\eta}^2}{\varepsilon_{\parallel}} = \frac{h^2}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \mu_{\parallel}, (1.19) \\
 x < -d & \left\{ \begin{aligned} H_y &= Ce^{\eta x} e^{-ihz}, \\ E_x &= C \frac{ch}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \\ E_z &= iC \frac{c\eta}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \end{aligned} \right. \quad \eta^2 = h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}.
 \end{aligned}$$

TE волна:

$$\begin{aligned}
 x > d & \left\{ \begin{aligned} E_y &= Ae^{-\eta x} e^{-ihz}, \\ H_x &= -A \frac{ch}{\omega} e^{-\eta x} e^{-ihz}, \\ H_z &= iA \frac{c\eta}{\omega} e^{-\eta x} e^{-ihz}, \end{aligned} \right. \quad \eta^2 = h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \\
 -d < x < d & \left\{ \begin{aligned} E_y &= B \begin{bmatrix} \text{sh}(\tilde{\eta}x) \\ \text{ch}(\tilde{\eta}x) \end{bmatrix} e^{-ihz}, \\ H_x &= -B \frac{ch}{\omega \mu_{\perp}} \begin{bmatrix} \text{sh}(\tilde{\eta}x) \\ \text{ch}(\tilde{\eta}x) \end{bmatrix} e^{-ihz}, \\ H_z &= iB \frac{c\tilde{\eta}}{\omega \mu_{\parallel}} \begin{bmatrix} \text{ch}(\tilde{\eta}x) \\ \text{sh}(\tilde{\eta}x) \end{bmatrix} e^{-ihz}, \end{aligned} \right. \quad \frac{\tilde{\eta}^2}{\mu_{\parallel}} = \frac{h^2}{\mu_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\parallel}, (1.20) \\
 x < -d & \left\{ \begin{aligned} E_y &= Ce^{\eta x} e^{-ihz}, \\ H_x &= -C \frac{ch}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \\ H_z &= -iC \frac{c\eta}{\omega} e^{\eta x} e^{-ihz}, \end{aligned} \right. \quad \eta^2 = h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}.
 \end{aligned}$$

В формулах (1.19) и (1.20) надстрочные символы в квадратных скобках соответствуют симметричным модам, подстрочные — асимметричным. Здесь

понятие симметрии используется по отношению к продольным компонентам электромагнитного поля (терминология Тамира и Олинера [139]). Параметры η и $\tilde{\eta}$ характеризуют, с какой степенью волна «прижата» к границе раздела со стороны вакуума и метаматериала, соответственно. Если $\tilde{\eta}$ становится чисто мнимой, мода слоя из метаматериала формируется за счёт полного внутреннего отражения, как для обычного диэлектрика.

Выполняя граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих напряжённостей электрического и магнитного полей, находим дисперсионные соотношения:

$$\begin{aligned} \text{ТМ волна:} \quad \eta &= -\frac{\tilde{\eta}}{\varepsilon_{||}} \operatorname{th}^{\pm 1}(\tilde{\eta}d), & \eta^2 &= h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \\ & & \frac{\tilde{\eta}^2}{\varepsilon_{||}} &= \frac{h^2}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \mu_{||}, \\ \text{ТЕ волна:} \quad \eta &= -\frac{\tilde{\eta}}{\mu_{||}} \operatorname{th}^{\pm 1}(\tilde{\eta}d), & \eta^2 &= h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \\ & & \frac{\tilde{\eta}^2}{\mu_{||}} &= \frac{h^2}{\mu_{\perp}} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{||}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где знак «плюс» соответствует симметричным модам, «минус» — асимметричным.

Далее будем рассматривать только ТМ волны, поскольку все полученные результаты с помощью принципа перестановочной двойственности легко могут быть перенесены на ТЕ волны заменой $\varepsilon_{||,\perp} \rightarrow \mu_{||,\perp}$, $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$, $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$.

1.3.1. Моды, формируемые прямыми ИПВ

Изучение свойств собственных мод слоя из метаматериала начнём со случая, когда изолированная граница раздела «метаматериал — вакуум» поддерживает прямые ИПВ. Для определённости рассмотрим метаматериал, характеризующийся (1.13), с параметром $\omega_{\mu}/\omega_p = 0.4$ (в этом случае, как видно из рисунка 1.1, ИПВ ТМ типа — прямая). Как и следовало ожидать, при больших значениях толщин слоя $2d$ (см. рисунки 1.4 и 1.5, $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$) симметричные и асимметричные моды практически полностью повторяют дисперсионную кривую ИПВ одиночной границы раздела.

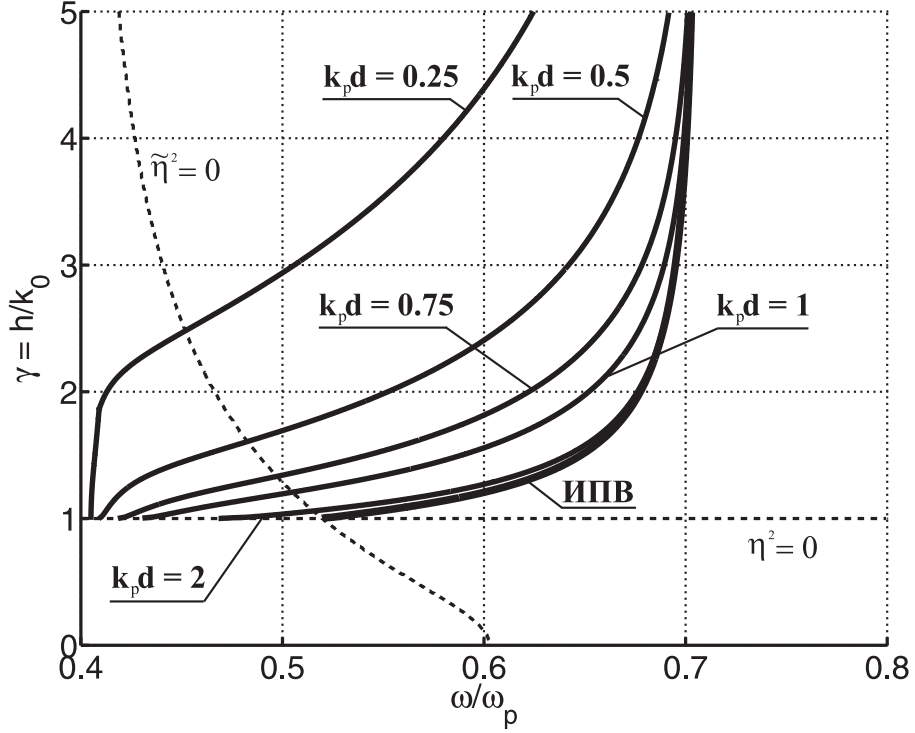


Рис. 1.4. Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$. Пунктирные линии $\eta^2 = 0$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ — границы существования ИПВ.

Здесь ситуация близка к изотропному плазменному слою, подробно рассмотренному в [139]. Однако, имеет место ряд важных отличий. Остановимся на них подробнее. Для симметричных мод (см. рисунок 1.4) постоянная распространения h монотонно увеличивается с уменьшением толщины слоя $2d$. Взаимодействие ИПВ расширяет частотный интервал существования поверхностных волн слоя, но не меняет ее характер. Симметричная поверхностная волна остаётся прямой и однозначной не зависимо от толщины $2d$.

В отличие от симметричных мод, дисперсионные кривые для асимметричных мод претерпевают значительные изменения с уменьшением d (см. рисунок 1.5). А именно, вблизи частоты $\omega = \omega_c$ формируется область неоднозначности («зигзаг»), ω_c — граница существования ИПВ. На рисунке 1.6 более детально воспроизведена частотная зависимость $h = h(\omega)$, соответствующая достаточно тонкому слою с толщиной $k_p d = 0.8$. Из него видно, наряду с частотой ω_c ,

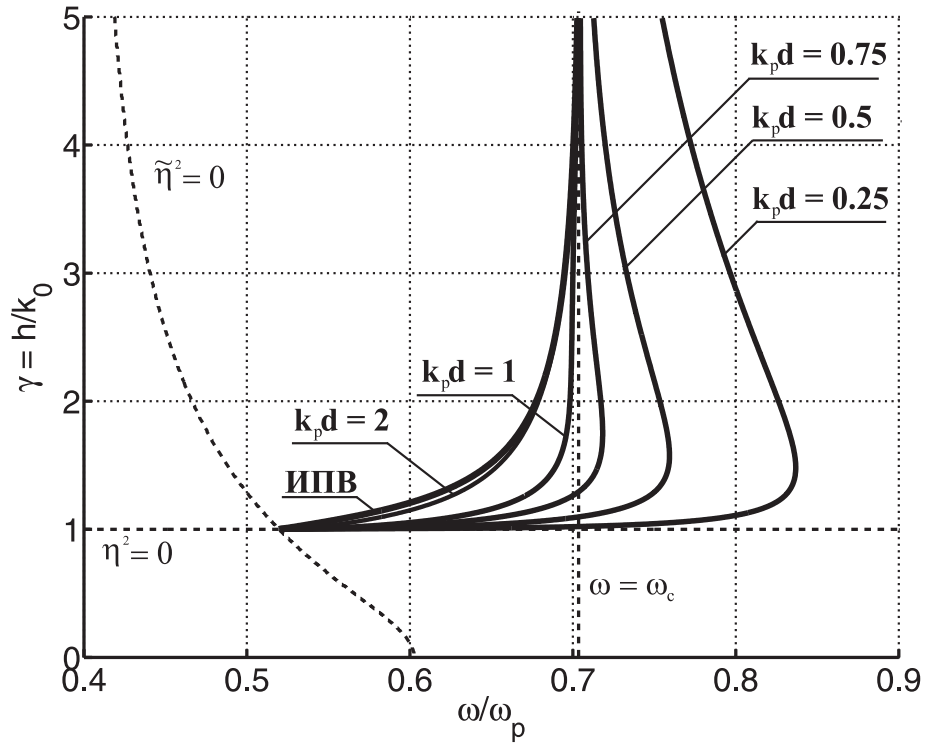


Рис. 1.5. Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для асимметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$.

есть ещё две характерные частоты ω^* и ω^{**} , при которых групповые скорости и полные потоки энергии обращаются в ноль. В случае, когда $\omega < \omega^*$, существует только одна прямая мода. В узком интервале $\omega^* < \omega < \omega_c$ слой метаматериала поддерживает сразу три поверхностных моды (две прямых и одну обратную). Точка $\omega = \omega^*$ соответствует переходу более замедленной прямой волны в обратную и наоборот. В области частот $\omega_c < \omega < \omega^{**}$ вдоль слоя могут распространяться две поверхностные волны (прямая и обратная), переходящие одна в другую в граничной точке $\omega = \omega^{**}$.

Следует обратить особое внимание, что частота ω^{**} может быть и больше, чем ω_c , т.е. дисперсионные кривые для асимметричных мод переходят в область частот $\omega > \omega_c$, где ИПВ не могут существовать по отдельности. Такого эффекта для симметричных волн не наблюдается.

Наконец, когда $\omega > \omega^{**}$, поверхностные волны в слое метаматериала отсутствуют, но существуют волны с комплексными постоянными распространения. В этом легко можно убедиться, если рассмотреть решение дисперси-

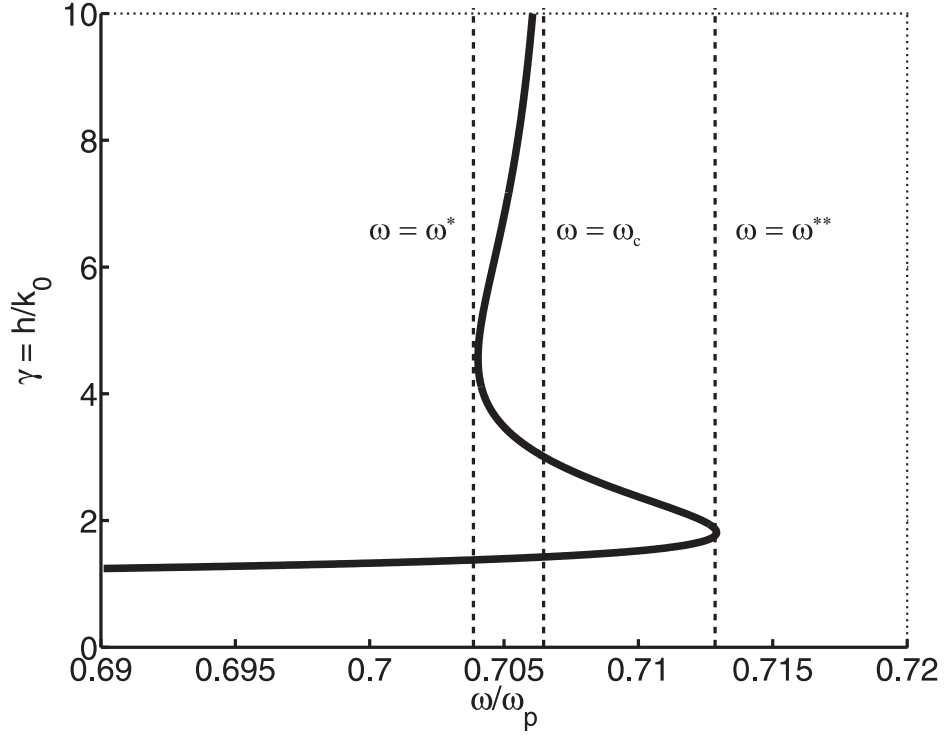


Рис. 1.6. Подробная частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для асимметричных ТМ мод слоя толщиной $k_p d = 0.8$.

онного уравнения (1.21) в пределе тонкого изотропного слоя. Действительно, представляя гиперболический тангенс рядом Тейлора по малому параметру ($k_0 d = \frac{\omega}{c} d$) и ограничившись первым членом разложения, получим следующее биквадратное уравнение:

$$(\gamma^2 - 1) \varepsilon^2 = (\gamma^2 - \varepsilon \mu)^2 k_0^2 d^2. \quad (1.22)$$

Его решение имеет вид:

$$\gamma^2 = \varepsilon \mu + \frac{\varepsilon^2}{2k_0^2 d^2} \pm \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{k_0^2 d^2} \left(\varepsilon \mu - 1 + \frac{\varepsilon^2}{4k_0^2 d^2} \right)}. \quad (1.23)$$

На частоте $\omega = \omega^{**}$ подкоренное выражение в (1.23) обращается в ноль. Если $\omega < \omega^{**}$, то уравнение (1.22) имеет два действительных корня (1.23), так как при этом подкоренное выражение в (1.23) больше нуля. Когда же $\omega > \omega^{**}$, получаем два комплексно сопряжённых решения, соответствующих волнам с комплексными постоянными распространения. Эти волны играют большую

роль в формировании поля излучения, их свойства и значимость подробно описаны в [74, 139].

1.3.2. Моды, формируемые обратными ИПВ

Теперь перейдём к случаю, когда граница раздела поддерживает обратные ИПВ. Он является специфическим для метаматериала и не реализуется в обычных плазменных или плазмоподобных средах, где $\mu = 1$.

На рисунках 1.7 и 1.8 представлены дисперсионные кривые для симметричных и асимметричных мод слоя из изотропного метаматериала, описываемого соотношениями (1.13) при значении параметра $\omega_\mu/\omega_p = 0.7$ (обратные ТМ ИПВ, случай 4 и 5 на рисунке 1.2).

Очевидно, что при стремлении h к $k_0 = \omega/c$ поверхностные волны, как симметричная, так и асимметричная, обязаны быть прямыми, так как они слабо локализованы, и основной поток энергии в них сосредоточен в вакууме, а, следовательно, сонаправлен с фазовой скоростью.

Как видно на рисунках 1.7 и 1.8, для асимметричных мод слоя дисперсионные кривые упираются в прямую $h/k_0 = 1$ ($\eta^2 = 0$) с положительной производной (прямая волна), тогда как ИПВ одиночной границы раздела с отрицательной (обратная волна см. рисунок 1.2). Тем самым для **всех** мод слоя, образованных за счёт обратных ИПВ, обязан сформироваться **загиб**.

Обозначим ω^{***} частоту, при которой замедление $\gamma = h/k_0$ обращается в единицу. Для асимметричных мод загиб имеет место в области $\omega > \omega^{***}$, здесь, как и в предыдущем случае, дисперсионная кривая выходит за область существования одиночной ИПВ. А вдоль слоя могут распространяться наряду с обратными поверхностными волнами, ещё и прямые. Чем тоньше слой, тем больше частотный интервал неоднозначности. По мере уменьшения толщины слоя у обратных волн возрастает замедление по сравнению с замедлением ИПВ границы раздела.

Для симметричных мод, наоборот, замедление уменьшается, и дисперси-

онные кривые пересекают линию $\tilde{\eta}^2 = h^2 - k_0^2 \varepsilon \mu = 0$ раньше чем $\gamma = h/k_0 = 1$. Выше границы раздела $\tilde{\eta}^2 = 0$ поперечное волновое число в метаматериале $\tilde{\eta}$ действительное, а ниже — чисто мнимое. Мнимость $\tilde{\eta}$ означает, что вдоль одиночной границы раздела распространяется «неистинная» поверхностная волна, прижатая к этой границе лишь со стороны вакуума и осциллирующая со стороны метаматериала (как при эффекте полного внутреннего отражения). Если выйти за пределы области существования ИПВ $\tilde{\eta}^2 > 0$ и учесть осциллирующие в метаматериале моды слоя, то у симметричных мод производная, с которой дисперсионные кривые утыкаются в линию $h/k_0 = 1$, будет также положительной. Сами кривые при этом обязаны иметь изгиб, с которым связана неоднозначность функции $h = h(\omega)$. На одной частоте в области изгиба существуют сразу две медленные моды слоя (обратная и прямая). Причём переход от обратных волн к прямым ($\frac{dh}{d\omega} = \infty$) может осуществляться как выше, так и ниже линии $\tilde{\eta}^2 = 0$ в зависимости от параметров метаматериала и толщины слоя. А следовательно возможен случай, когда переход через $\frac{dh}{d\omega} = \infty$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ возможен в одной точке. Это важная и интересная особенность, характерная только для симметричных мод слоя метаматериала при реализации моды обратными ИПВ.

Таким образом, возможно реализовать три случая: первый, когда обе волны (и прямая, и обратная) образуются медленными в метаматериале волнами, второй — быстрыми, и третий случай, обратная волна — медленными, а прямая — быстрыми волнами.

Если вернуться к случаю формирования мод слоя прямыми ИПВ (п. 1.3.1), то для него (см. рисунки 1.4 и 1.5) переход через линию $\tilde{\eta}^2 = 0$ также возможен лишь в симметричных модах, но функция $h = h(\omega)$ остаётся однозначной (реализуются только прямые моды).

Необходимо отметить, что для осциллирующих в метаматериале мод $\tilde{\eta}^2 < 0$ одному и тому же замедлению соответствует целый набор толщин $d_m = d + \frac{2\pi}{|\tilde{\eta}|}m$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Говоря о продолжении дисперсионной кривой через линию

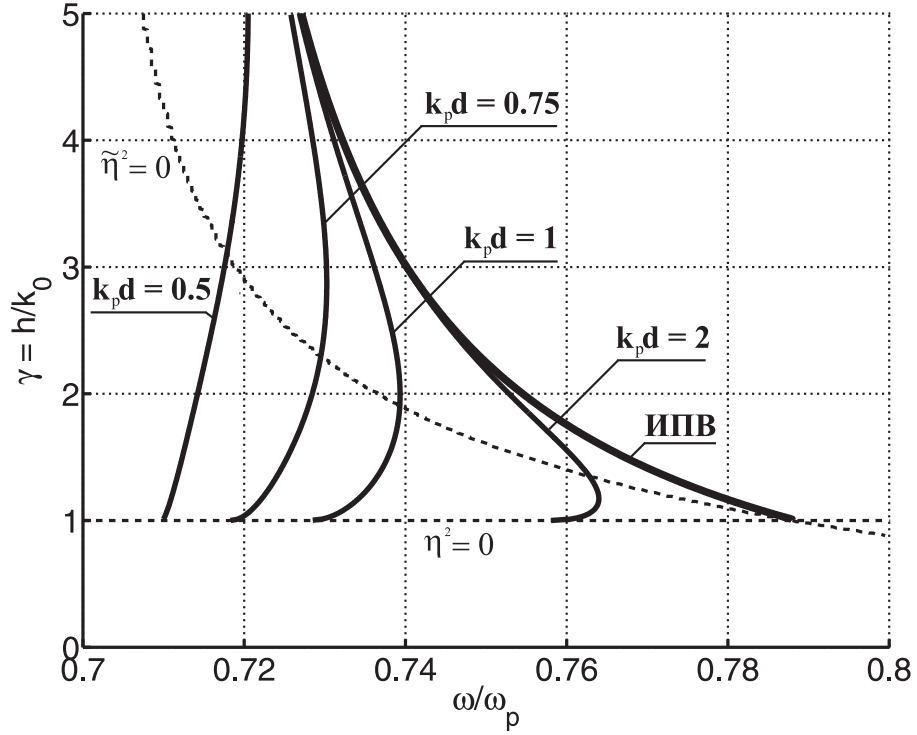


Рис. 1.7. Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$.

$\tilde{\eta}^2 = 0$, имеется ввиду низшая мода $m = 0$.

1.3.3. Вырожденный случай

Отдельно следует упомянуть о случае реализации моды слоя вырожденными ИПВ, для которого характерно, что плоская граница, разделяющая метаматериал и вакуум, поддерживает на одной и той же частоте бесконечное количество волн с произвольным замедлением.

Взаимодействие между ИПВ, локализованными у разных границ раздела, снимает вырождение. Чем меньше толщина слоя, тем больше частотный интервал существования поддерживаемых этим слоем мод.

Обратим внимание на то, что «снятие» вырождения у асимметричных мод приводит к одновременному появлению на одной и той же частоте двух поверхностных волн — прямой и обратной (формируется загиб, аналогичный случаю (п. 1.3.2)). У прямой волны замедление меньше, чем у обратной. Асим-

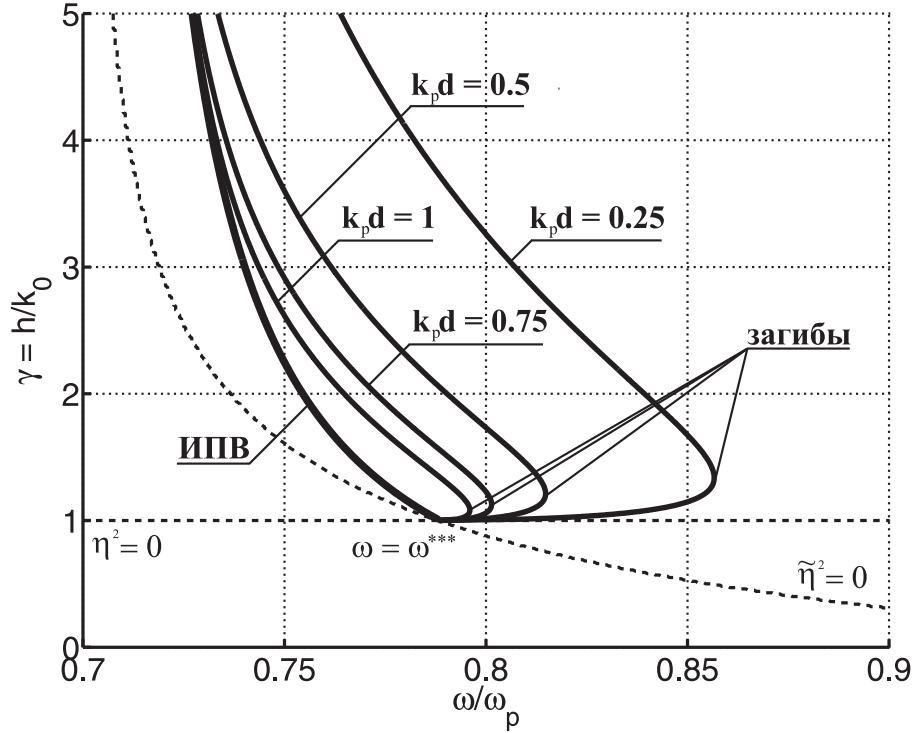


Рис. 1.8. Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для асимметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$.

метричная мода при этом всегда прямая. На рисунке 1.9 показаны дисперсионные свойства симметричных и антисимметричных ТМ мод, образованных вырожденными ИПВ (значение параметра $\omega_\mu/\omega_p = 0.6$, см. рисунок 1.2)

1.3.4. Влияние анизотропии

Для слоя из анизотропного материала поведение дисперсионных характеристик поверхностных мод во многом аналогично изотропному случаю. Однако необходимо отметить, что анизотропия влияет на распределение потоков энергии в модах внутри слоя и вне слоя и способна существенно изменить характерные масштабы и даже форму дисперсионных кривых. На рисунке 1.10 приведены дисперсионные зависимости $h(\omega)$ для симметричных и асимметричных ТМ мод в слое метаматериала с:

$$\varepsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon_\parallel = 1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2}, \quad \mu_\perp = \mu_\parallel = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_\mu^2}, \quad (1.24)$$

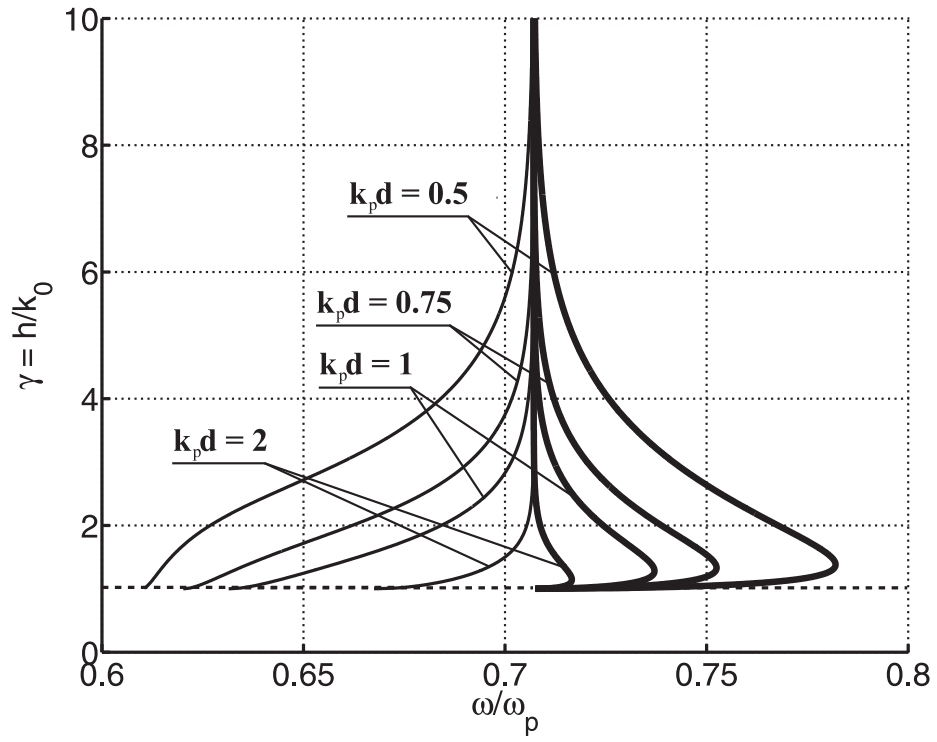


Рис. 1.9. Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных (тонкие линии) и асимметричных (толстые линии) ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$.

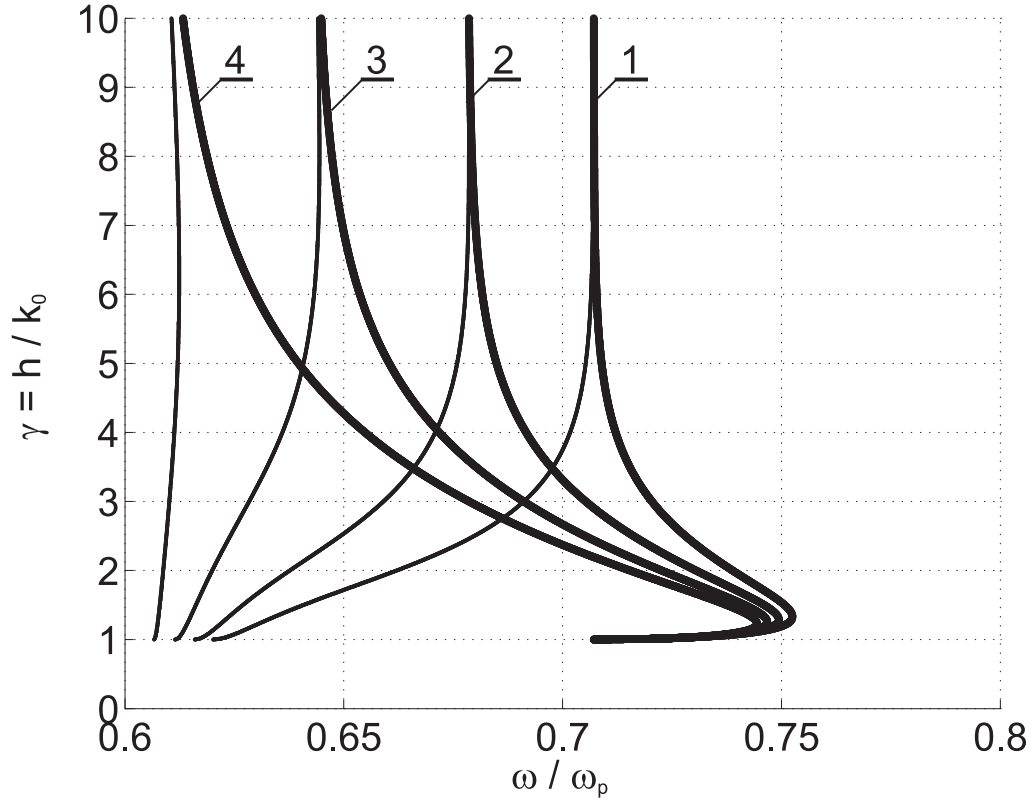


Рис. 1.10. Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных (тонкие линии) и асимметричных (толстые линии) ТМ мод слоя из метаматериала для четырёх различных значений $\tilde{\omega}_p$.

при фиксированном параметре $\frac{\omega_\mu}{\omega_p} = 0.6$ и толщине слоя $\frac{\omega_p}{c}d = 0.75$ для четырёх различных значений $\tilde{\omega}_p$:

$$\left(\frac{\tilde{\omega}_p}{\omega_p}\right)_1 = 1, \quad \left(\frac{\tilde{\omega}_p}{\omega_p}\right)_2 = 0.85, \quad \left(\frac{\tilde{\omega}_p}{\omega_p}\right)_3 = 0.7, \quad \left(\frac{\tilde{\omega}_p}{\omega_p}\right)_4 = 0.55.$$

Как видно из рисунка 1.10, анизотропия не привела к кардинальному искажению вида дисперсионных кривых. Так, симметричная мода остаётся при любых ω прямой, а асимметричная имеет на некоторых частотах «прямую» и «обратные» ветки. Но, изменяя параметр анизотропии $\frac{\tilde{\omega}_p}{\omega_p}$, можно управлять интервалами существования, фазовыми и групповыми скоростями тех или иных мод слоя.

Для ТЕ мод справедливы все отмеченные выше особенности, с той лишь разницей, что $\varepsilon_{||}$ и $\varepsilon_{\perp}$ нужно заменить на $\mu_{||}$ и $\mu_{\perp}$ и наоборот.

1.4. Волноведущие структуры, частично заполненные метаматериалом

Проследим изменения дисперсионных характеристик мод слоя из изотропного метаматериала, помещённого в прямоугольный волновод. Для единообразия будем описывать метаматериал частотной зависимостью (1.13). Рассмотрим вначале две вспомогательные задачи о слое между параллельными границам раздела (*н. 1.4.1*) и перпендикулярными им (*н. 1.4.2*) бесконечными металлическими стенками, а затем проанализируем общий случай прямоугольного волновода (*н. 1.4.3*).

1.4.1. Слой метаматериала параллельно металлическим стенкам

Пусть плоский слой метаматериала $-d < x < d$ расположен между идеальными металлическими плоскостями $x = \pm a$ ($a > d$). В данном случае существуют поперечные ТЕ и ТМ моды. Однако к ним нельзя применить принцип перестановочной двойственности (из-за наличия нулевых граничных условий на металле только для тангенциальной компоненты электрического поля). Поэтому дисперсионные свойства ТЕ и ТМ волн нужно анализировать по отдельности.

ТЕ моды

Электрическое поле в ТЕ волнах, распространяющихся вдоль оси z , всюду параллельно оси y и обращается на металлических стенках в ноль $E_y(x = \pm a) = 0$. Учитывая непрерывность E_y и тангенциальной составляющей напряжённости магнитного поля H_y на границах слоя $x = \pm d$, нетрудно получить следующее дисперсионное соотношение:

$$-\frac{1}{\mu} \tilde{\eta} \operatorname{th}^{\mp 1}(\tilde{\eta} d) = \eta \frac{1}{\operatorname{th}(\eta(a-d))}, \quad (1.25)$$

где $\eta = \sqrt{h^2 - k_0^2}$ и $\tilde{\eta} = \sqrt{h^2 - k_0^2 \varepsilon \mu}$ — поперечные волновые числа в вакууме и в среде. Знаки «минус» и «плюс» отвечают симметричным и асимметричным модам.

Применительно к слою между параллельными границам раздела металлических стенками можно выделить четыре характерные ситуации. Они представлены на рисунке 1.11, где изображены зависимости $\gamma(\omega) = h(\omega)/k_0$ от частоты у симметричных (рисунок 1.11a,b) и асимметричных (рисунок 1.11c,d) мод, переходящих в предельном случае $d/a \rightarrow 0$ и $k_p d = \frac{\omega_0}{c} d \rightarrow \infty$ соответственно в прямые (рисунок 1.11a,c) и обратные (рисунок 1.11b,d) ИПВ. Результаты приведены для пяти различных значений параметра $\frac{d}{a}$:

$$\left(\frac{d}{a}\right)_1 = 0.2, \quad \left(\frac{d}{a}\right)_2 = 0.3, \quad \left(\frac{d}{a}\right)_3 = 0.4, \quad \left(\frac{d}{a}\right)_4 = 0.5, \quad \left(\frac{d}{a}\right)_5 = 0.6.$$

Утолщёнными линиями на этих рисунках показаны дисперсионные зависимости $\gamma_{1,2}(\omega)$, относящиеся к ИПВ на границе раздела «метаматериал — вакуум» ($\gamma_1(\omega)$) и к соответствующим модам слоя из того же метаматериала ($\gamma_2(\omega)$) с толщиной $k_p d = 0.75$.

Как видно из рисунка 1.11, металлические стенки по-разному сказываются на дисперсионных характеристиках мод слоя в зависимости от наличия (b,c,d) или отсутствия (a) областей неоднозначности у кривой $\gamma_2(\omega)$.

Проанализируем вначале изображённый на рисунке 1.11a случай, когда зависимость $\gamma_2(\omega)$ однозначна. При $a \gg d$ металлические стенки слабо влияют на медленные ($\gamma(\omega) > 1$) моды слоя. Однако здесь имеются переносящие конечный поток энергии быстрые волны с $\gamma(\omega) < 1$, которые соответствуют модам обычного плоского волновода.

При увеличении отношения d/a (уменьшении размера a) интервал частот, в котором существуют распространяющиеся моды, сокращается, а их групповая скорость уменьшается. Начиная с некоторых значений a (зависящих как от толщины слоя, так и от свойств метаматериала), у зависимости $\gamma(\omega)$ появляется «загиб», и становится возможным в некотором частотном ин-

тервале распространение не только прямых, но и обратных волн, в которых «отрицательный» поток энергии в метаматериале больше «положительного» в вакууме. При $d/a \rightarrow 0$ точка перехода от прямой волны к обратной смещается на бесконечность, и прямые волны исчезают.

Основное отличие второго случая (b, c и d) на рисунке 1.11 от первого выражается в другом механизме вытеснения прямой волны.

Если в изолированном слое уже существовала сильно замедленная обратная волна (см. рисунок 1.11b,c,d), то при уменьшении расстояния a между металлическими стенками точка ее перехода в прямую смещается в сторону все меньших и меньших значений γ , вплоть до нуля. В результате прямые волны («загиб» на дисперсионной кривой) исчезают.

Следует заметить, что варьируя положением металлических стенок, можно реализовать интересный класс собственных мод, у которых прямые волны быстрые, а обратные — медленные.

ТМ моды

Для ТМ мод слоя из метаматериала, расположенного между параллельными границам раздела металлическими стенками, дисперсионное уравнение принимает следующий вид:

$$-\frac{1}{\varepsilon} \tilde{\eta} \operatorname{th}^{\mp 1}(\tilde{\eta} d) = \eta \operatorname{th}(\eta(a - d)). \quad (1.26)$$

В этих модах магнитное поле всюду параллельно оси y ($\mathbf{H} = H_y \mathbf{y}_0$) и $\frac{\partial H_y}{\partial x}(x = \pm a) = 0$.

Аналогично тому, как это было сделано для ТЕ мод, здесь также можно выделить четыре характерных семейства дисперсионных кривых, изображённые на рисунке 1.12, для мод, отличающихся симметрией и тем, в какие ИПВ (прямые или обратные) они трансформируются при предельном переходе к изолированному широкому слою.

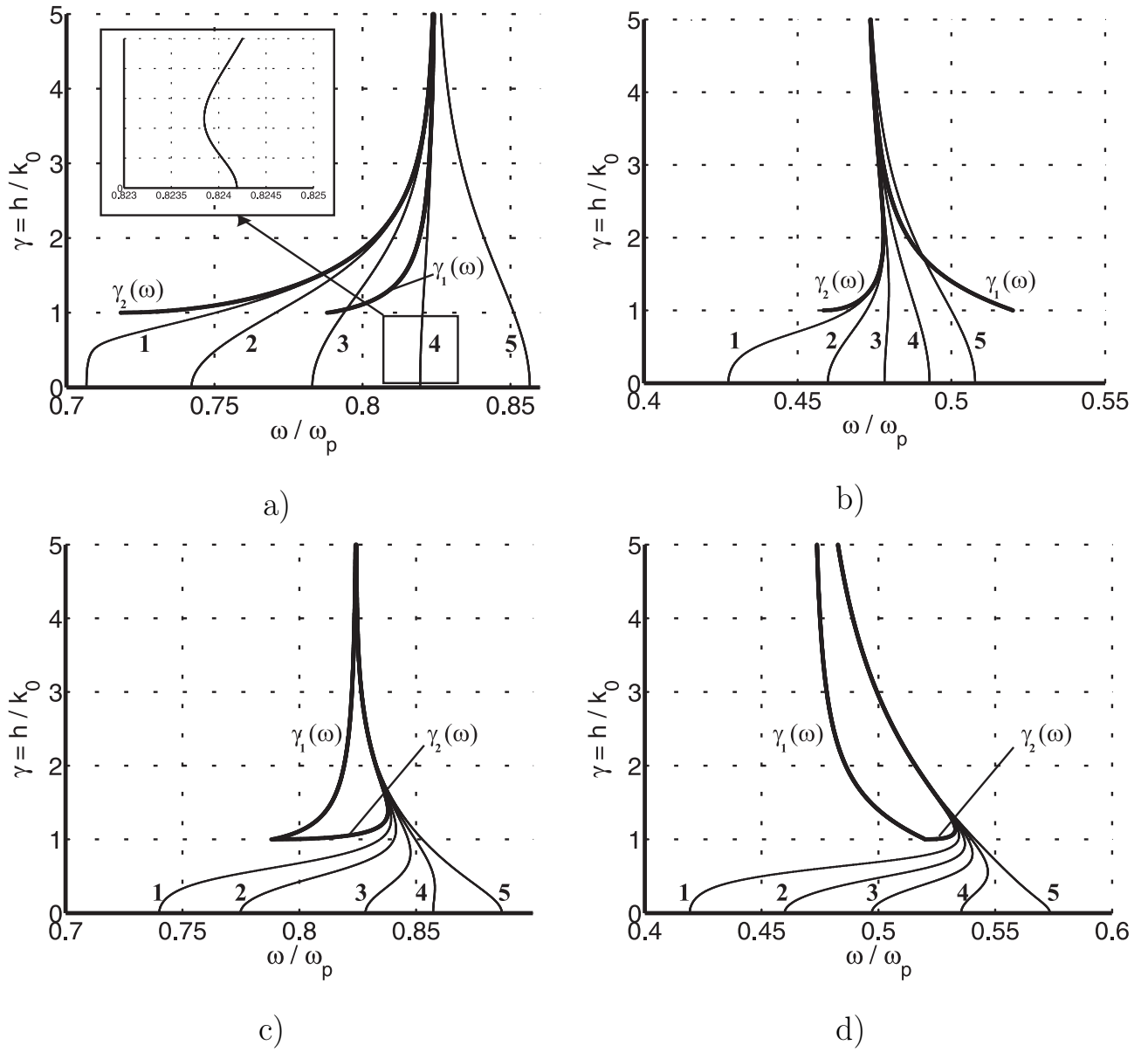


Рис. 1.11. Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для ТЕ мод при пяти различных параметрах d/a .

Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; д) асимметричная мода, обратная ИПВ.

В первом случае (рисунок 1.12a) ТМ мода прямая на любых частотах и при любых $d/a < 1$. В отличие от ТЕ моды, при уменьшении расстояния между металлическими плоскостями вплоть до $d/a = 1$ дисперсионная кривая $\gamma(\omega)$ сдвигается в сторону больших замедлений, и никаких областей неоднозначности у линии $\gamma(\omega)$ при этом не возникает.

В ситуациях, соответствующих рисункам 1.12b и 1.12c, при уменьшении размера a , существующий изначально «загиб» у дисперсионных кривых «уходит» на бесконечность, в результате чего уменьшается (вплоть до полного исчезновения) частотный интервал, в котором могут распространяться сразу прямая и обратная волны.

В последнем случае (рисунок 1.12d) сближение металлических стенок вызывает смещение точки, где $\frac{\partial \gamma(\omega)}{\partial \omega} = \infty$, у дисперсионной кривой $\gamma(\omega)$ сначала в сторону больших замедлений, а затем, наоборот, в область меньших замедлений; далее эта точка переходит границу быстрых волн $\gamma = 1$, и, когда $a \rightarrow d$, область неоднозначности исчезает (волна становится обратной во всем частотном интервале своего существования).

1.4.2. Слой метаматериала перпендикулярно металлическим стенкам

Пусть теперь плоский слой метаматериала помещён между двумя бесконечными металлическими плоскостями $y = -b$ и $y = b$.

Металлические стенки, перпендикулярные границам раздела, никак не влияют на структуру и дисперсию ТЕ мод изолированного слоя, так как электрическое поле этих мод направлено вдоль оси y и, следовательно, строго перпендикулярно поверхности металла.

Нетрудно заметить, что из ограниченных и неограниченных в пространстве ТМ мод изолированного слоя, распространяющихся под углом друг к другу, можно (в полном согласии с концепцией Бриллюэна) сконструировать собственные волны рассматриваемой системы. В таких волнах напряжённость

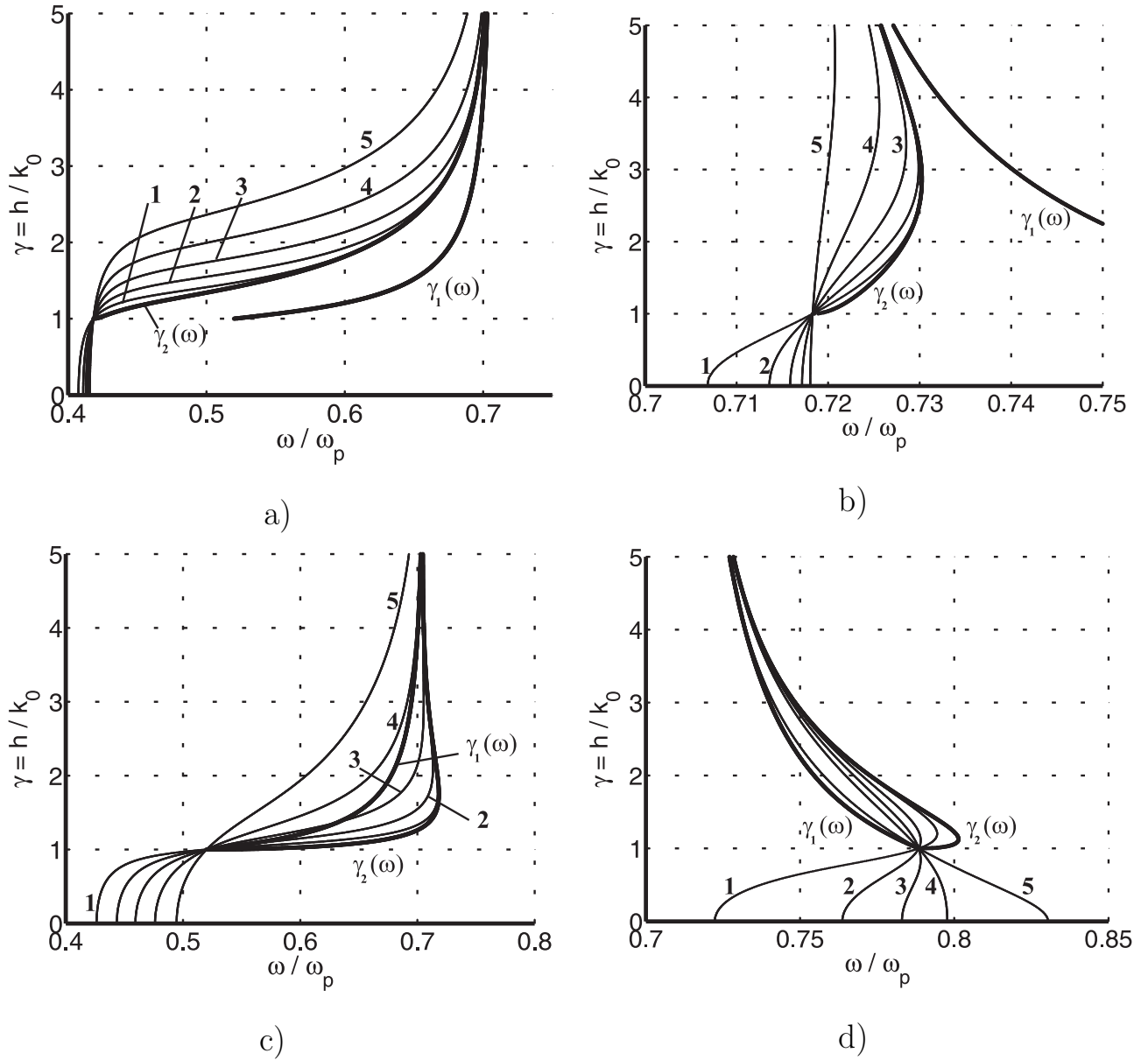


Рис. 1.12. Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для ТМ мод при пяти различных параметрах d/a .

Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ.

магнитного поля будет иметь проекции и на ось y , и на ось z ; другими словами, эти волны являются не поперечными, а гибридными. Их дисперсионное соотношение легко получается из (1.21), если в последнем сделать замену:

$$\eta \rightarrow \eta_1 = \sqrt{h^2 - k_0^2 + \frac{\pi^2}{4b^2}}, \quad \tilde{\eta} \rightarrow \tilde{\eta}_1 = \sqrt{h^2 - k_0^2 \varepsilon \mu + \frac{\pi^2}{4b^2}}. \quad (1.27)$$

Следуя описанной выше классификации распространяющихся собственных мод, рассмотрим, как это было сделано в (н. 1.4.2), и для данной ситуации четыре семейства дисперсионных кривых $\gamma(\omega)$. Они приведены на рисунках 1.13а,б,с,д для пяти различных параметров d/b :

$$\left(\frac{d}{b}\right)_1 = 0.2, \quad \left(\frac{d}{b}\right)_2 = 0.3, \quad \left(\frac{d}{b}\right)_3 = 0.4, \quad \left(\frac{d}{b}\right)_4 = 0.5, \quad \left(\frac{d}{b}\right)_5 = 0.6.$$

Влияние металлических стенок на дисперсионные зависимости анализируемых волн здесь во многом аналогично описанным в (н. 1.4.2) ТЕ модам в слое между параллельными границам раздела металлическими поверхностями с тем лишь отличием, что уменьшение расстояния между перпендикулярными стенками приводит к уменьшению замедления, а не к его росту. Отличительной особенностью данного случая является то, что для быстрых мод существует некое зависящее от расстояния b критическое значение $\gamma = \gamma_c$. Для $\gamma < \gamma_c$ распространяющихся мод нет, но по мере сближения стенок величина γ_c становится равной нулю.

1.4.3. Слой метаматериала в прямоугольном металлическом волноводе

Опираясь на вспомогательные задачи из (н. 1.4.1) и (н. 1.4.2) о модах слоя, расположенного внутри параллельных и перпендикулярных границам раздела металлических стенок, можно описать волны в прямоугольном волноводе.

Во-первых, в нем могут распространяться рассмотренные в (н. 1.4.1) ТЕ волны. Металлизация поверхностей $y = -b$ и $y = b$ на них никак не ска-

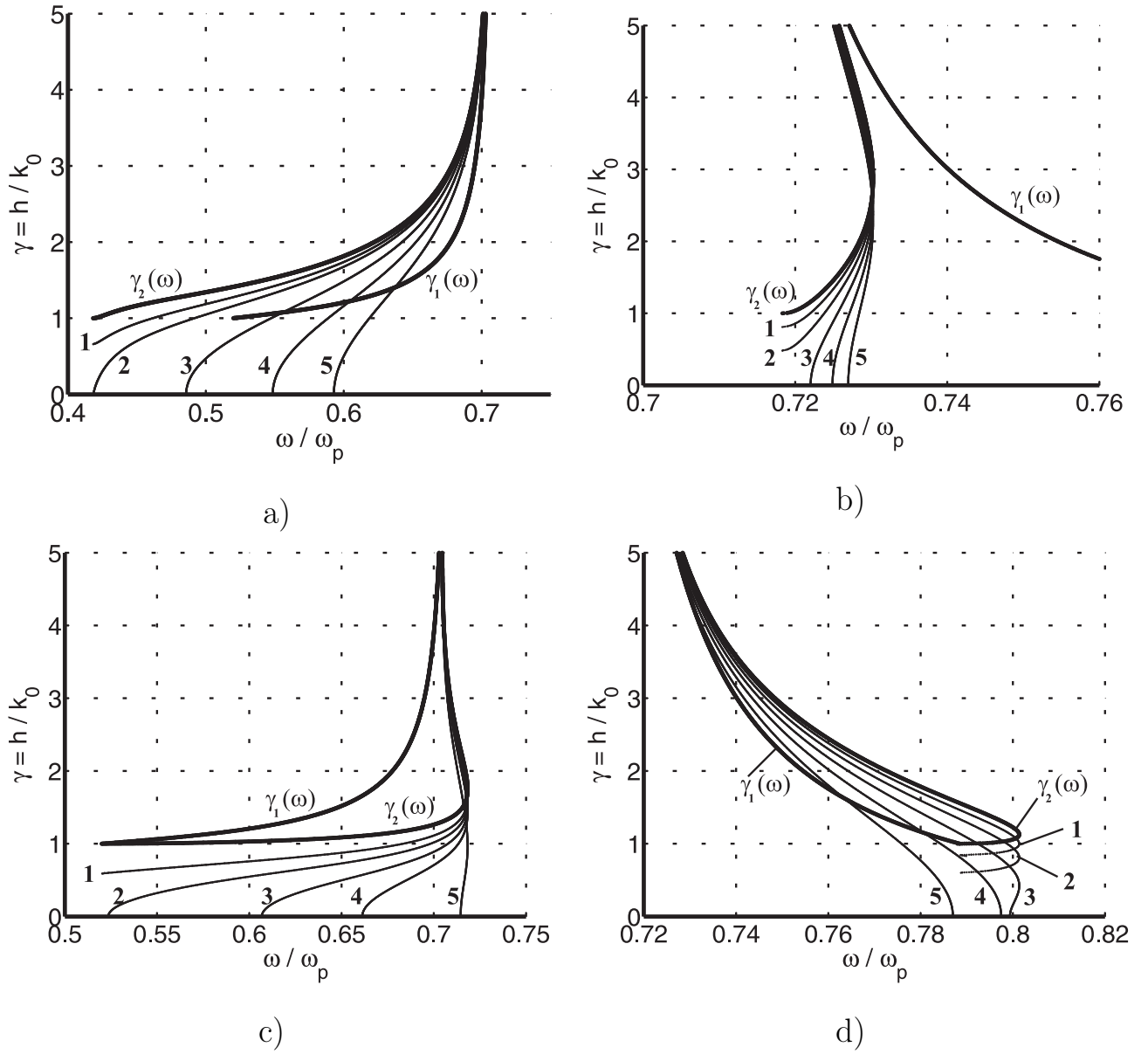


Рис. 1.13. Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для гибридных мод при пяти различных параметрах d/b . Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ.

зывается, а приводит лишь к ограничению области пространства, где есть электромагнитное поле.

Во-вторых, с помощью суперпозиции распространяющихся под углом друг к другу локализованных и нелокализованных в пространстве ТМ мод изолированного слоя удаётся, как и в (п. 1.4.2), удовлетворить граничным условиям на стенках металлического волновода. Дисперсионная зависимость $\gamma(\omega)$ такой гибридной волны находится из следующего соотношения:

$$-\frac{1}{\varepsilon} \tilde{\eta}_1 \operatorname{th}^{\mp 1}(\tilde{\eta}_1 d) = \eta_1 \operatorname{th}(\eta_1(a - d)), \quad (1.28)$$

где η_1 и $\tilde{\eta}_1$ определяются формулами (1.27).

На рисунках 1.14a,b,c,d показано поведение дисперсионных кривых $\gamma(\omega)$ для четырёх описанных выше характерных случаев при фиксированном отношении толщины слоя $2d$ к расстоянию между продольными стенками $2a$: $d/a = 1/2$, и изменяющимся параметром d/b ($2b$ — расстояние между поперечными стенками).

Продольные и поперечные к границе раздела металлические стенки по-разному влияют на рассматриваемую здесь моду волновода. Сближение продольных стенок приводит к увеличению замедления, а поперечных, наоборот, — к уменьшению; то есть имеет место своеобразная конкуренция влияния размеров волновода на дисперсию распространяющейся в нем волны. Если $b > a$, то основной вклад в особенности дисперсионных свойств волноводных мод вносят продольные стенки, и, наоборот, при $b < a$ — поперечные.

Следует особо подчеркнуть, что в рассматриваемом волноводе нет критических замедлений ($\gamma_c = 0$), как в случае слоя между перпендикулярными границам раздела металлическими стенками (см. рисунок 1.12), что связано с наличием в волноводе продольных стенок.

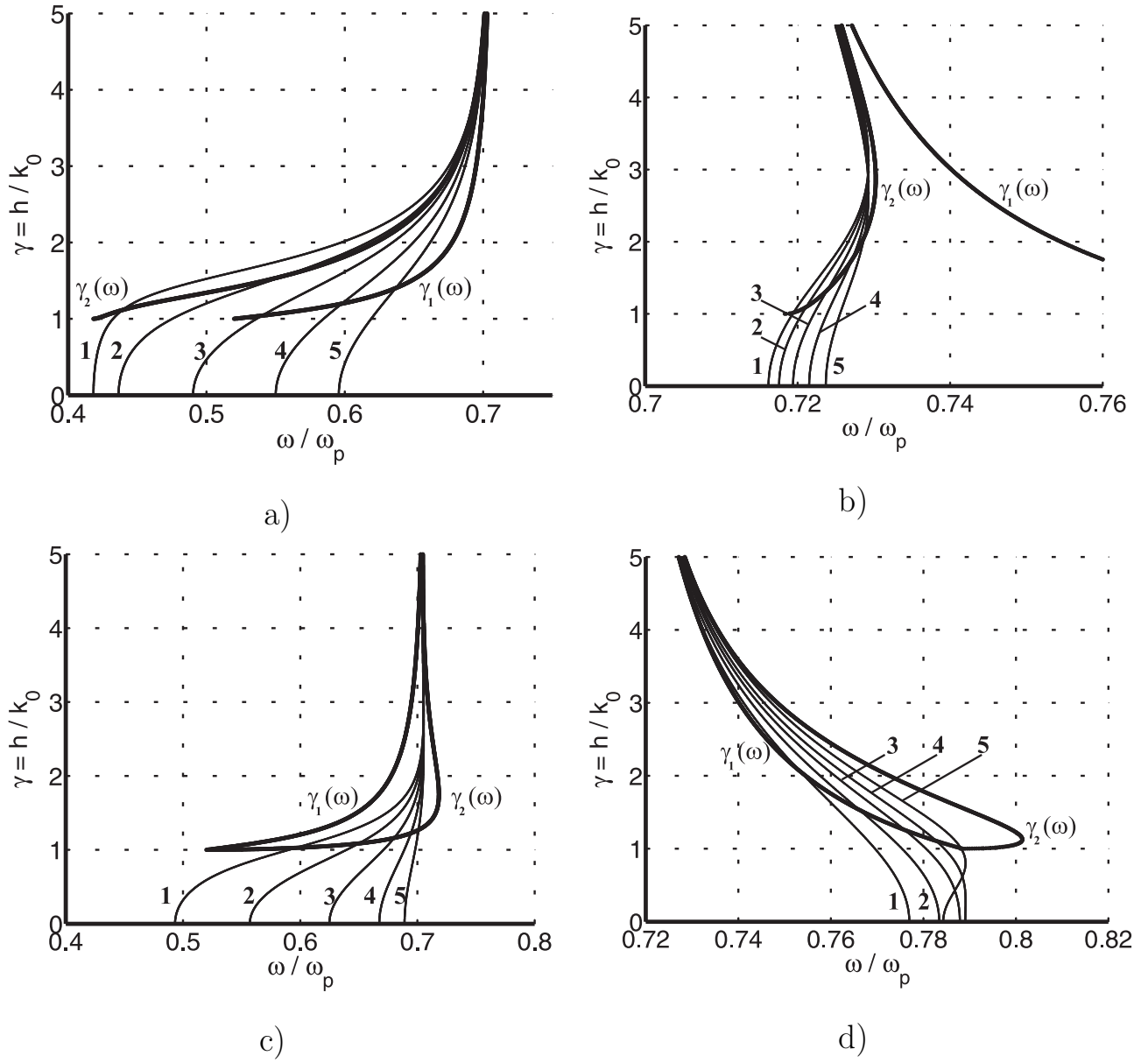


Рис. 1.14. Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для гибридных мод при пяти различных параметрах d/b ($d/a = 0.5$). Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ.

Глава 2

Волны, поддерживаемые цепочками и плоскими решётками из резонансных элементов.

Микроскопическое описание

В данной главе рассматриваются собственные моды одно- и двумерных систем из резонансных элементов: цепочка и плоскость.

Предложен новый метод расчёта дисперсионных свойств подобных структур, который позволяет найти аналитическое решение в случае сложного электромагнитного окружения.

В качестве примеров, показывающих эффективность предложенного метода расчёта дисперсионных характеристик, приведены способы расчёта для цепочек из резонансных элементов в круглых металлическом и диэлектрическом волноводах.

Показаны важные особенности влияния волноводов на дисперсионные свойства цепочек: эффект просветления круглого закрытого металлического волновода и расщепление распространяющейся волны диэлектрического волновода. Показана большая чувствительность скорости распространения моды системы к изменению параметров цепочки.

Проведено обобщение метода разложения по гармоникам тока на двумерный случай: прямоугольная решётка из продольных диполей.

Изложение основано на работах [107, 111, 112, 118–120].

2.1. Собственные моды цепочки из резонансных элементов

Рассмотрим бесконечную цепочку резонансных элементов с периодом d , дипольные моменты¹ которых ориентированы вдоль оси z (см. рисунок 2.1).

Дипольный момент отдельного элемента определяется выражением:

$$\begin{aligned} \text{Для электрических диполей:} \quad \mathbf{p}_n &= \alpha^E(\omega) \cdot \mathbf{E}_n, \\ \text{Для магнитных диполей:} \quad \mathbf{m}_n &= \alpha^H(\omega) \cdot \mathbf{H}_n. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь n — порядковый номер диполя, $\alpha^E(\omega)$ и $\alpha^H(\omega)$ — электрическая и магнитная поляризуемости, $\mathbf{E}_n(\mathbf{H}_n)$ — напряжённость электрического (магнитного) поля, создаваемого всей системой, в точке расположения диполя с номером n .

Пусть поляризуемость $\alpha(\omega)$ имеет характерную для большинства базовых резонансных элементов зависимость от частоты ω вида:

$$\alpha(\omega) = \frac{A\omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma}. \quad (2.2)$$

С учётом (2.1), суммарную поляризуемость рассматриваемой цепочки можно записать:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_\Sigma \\ \mathbf{M}_\Sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^E(\omega) \\ \alpha^H(\omega) \end{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n \\ \mathbf{H}_n \end{bmatrix} \delta(x)\delta(y)\delta(z - nd). \quad (2.3)$$

Здесь и далее надстрочные символы в квадратных скобках соответствуют системе из электрических диполей, подстрочные — системе из магнитных диполей.

¹ электрические или магнитные.

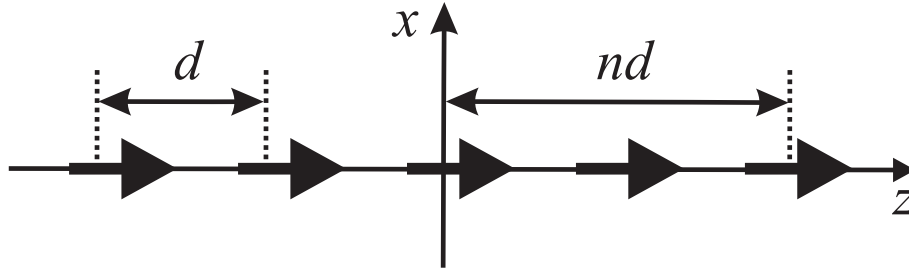


Рис. 2.1. Продольная цепочка из резонансных элементов.

Будем интересоваться поддерживаемыми цепочкой собственными волнами, для которых:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_n \\ \mathbf{H}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} e^{-ihn \cdot \mathbf{z}_0}, \quad (2.4)$$

где E_0 (H_0) — проекция на ось z напряжённости электрического (магнитного) поля в точке расположения диполя, от которого отсчитывается положение других, $\mathbf{z}_0$ — единичный вектор вдоль оси z , коэффициент h — постоянная распространения волны, вообще говоря, неизвестная и требующая определения.

Одним из простых способов нахождения постоянной распространения h является метод прямого суммирования полей всех диполей системы [81, 83–86]. Применяя его к системе в однородной изотропной среде с электрической и магнитной проницаемостями ε и μ , можно получить хорошо известное дисперсионное уравнение вида:

$$\left[\frac{\frac{\varepsilon d^3}{\alpha^E(\omega)}}{\frac{\mu d^3}{\alpha^H(\omega)}} \right] = 2 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{+\infty} \left(\frac{1}{|n|^3} + \frac{ikd}{n^2} \right) \cdot e^{-ikd|n|} \cdot e^{-ihn}, \quad (2.5)$$

где $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon \mu}$ — волновое число в пространстве окружающим цепочку.

Однако прямое суммирование значительно труднее использовать для сложных пространственно неоднородных систем, например, цепочки из кольцевых щелевых резонаторов (SRR) в прямоугольном волноводе [88], для которой задача о собственных волнах сводится к трёхмерной дипольной решётке, что

сильно усложняет расчёты [87].

В данном разделе предлагается способ расчёта дисперсионных характеристик, который особенно эффективен в случае цилиндрической симметрии окружения, в частности, для цепочек в круглом металлическом или диэлектрическом волноводах.

Основываясь на выражениях для суммарной поляризуемости системы (2.3), с учётом (2.4) запишем выражение для плотности тока цепочки в виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{j}_E \\ \mathbf{j}_H \end{bmatrix} = i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{P}_\Sigma \\ \mathbf{M}_\Sigma \end{bmatrix} = i\omega \begin{bmatrix} \alpha^E(\omega)E_0 \\ \alpha^H(\omega)H_0 \end{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-ihdn} \delta(x)\delta(y)\delta(z-nd)\mathbf{z}_0. \quad (2.6)$$

Используя формулу Пуассона [140] для суммирования рядов, получаем:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{j}_E \\ \mathbf{j}_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_E(z) \\ I_H(z) \end{bmatrix} \delta(x)\delta(y)\mathbf{z}_0, \quad (2.7)$$

где распределение линейного тока $I(z)$ задаётся выражением:

$$\begin{bmatrix} I_E(z) \\ I_H(z) \end{bmatrix} = \frac{i\omega}{d} \begin{bmatrix} \alpha^E(\omega)E_0 \\ \alpha^H(\omega)H_0 \end{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-i(h+\frac{2\pi}{d}n)z}. \quad (2.8)$$

Таким образом, поляризуемость цепочки с помощью соотношений (2.7) и (2.8) выражается через сумму пространственных гармоник линейного электрического $I_E(z)$ (магнитного $I_H(z)$) тока с постоянными распространения $h \pm \frac{2\pi}{d}n$.

Найдём выражения для полей, создаваемых бегущим вдоль оси z электрическим током $\mathbf{I}_a$ вида:

$$\mathbf{I}_a = a \cdot e^{-i\xi z} \mathbf{z}_0. \quad (2.9)$$

В общем случае, для произвольных значений ξ , поле, создаваемое (2.9), имеет вид:

$$\begin{aligned} E_z(r, z) &= -\frac{\pi a}{c} \frac{\varkappa^2}{k_0 \varepsilon} \mathcal{H}_0^{(2)}(\varkappa r) e^{-i\xi z}, \\ E_r(r, z) &= -i \frac{\pi a}{c} \frac{\varkappa \xi}{k_0 \varepsilon} \mathcal{H}_1^{(2)}(\varkappa r) e^{-i\xi z}, \\ H_\varphi(r, z) &= -i \frac{\pi a}{c} \varkappa \mathcal{H}_1^{(2)}(\varkappa r) e^{-i\xi z}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $\mathcal{H}_n^{(2)}$ — функция Ханкеля 2-го рода n -го порядка, $k_0 = \frac{\omega}{c}$ — волновое число в вакууме, $\varkappa = \sqrt{k_0^2 \varepsilon \mu - \xi^2}$ — поперечное волновое число. В случае $\xi > \sqrt{k_0^2 \varepsilon \mu}$ реализуется медленная волна, и компоненты поля удобно записать в виде:

$$\begin{aligned} E_z(r, z) &= -i \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\varkappa}^2}{k_0 \varepsilon} \mathcal{K}_0(\tilde{\varkappa} r) e^{-i\xi z}, \\ E_r(r, z) &= \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\varkappa} \xi}{k_0 \varepsilon} \mathcal{K}_1(\tilde{\varkappa} r) e^{-i\xi z}, \\ H_\varphi(r, z) &= \frac{2a}{c} \tilde{\varkappa} \mathcal{K}_1(\tilde{\varkappa} r) e^{-i\xi z}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $\mathcal{K}_n$ — модифицированная функция Бесселя n -го порядка, $\tilde{\varkappa} = \sqrt{\xi^2 - k_0^2 \varepsilon \mu}$ — фактор, характеризующий «прижатость» поля к оси z .

Отметим, что для любых значений ξ имеет место равенство $\tilde{\varkappa} = i\varkappa$, и выражения (2.11) формально могут быть получены из (2.10).

Выражения для полей, создаваемых магнитным током, можно получить из (2.11) по принципу перестановочной двойственности.

Возвращаясь к основной задаче, используя выражения для полей (2.11), создаваемых отдельными гармониками (2.8), запишем выражения для z -проекции поля всей системы в месте расположения выборочного диполя (для определённости в точке $z = 0$):

$$\begin{bmatrix} E_z^\Sigma(r) \\ H_z^\Sigma(r) \end{bmatrix} = -\frac{2}{d} \begin{bmatrix} \frac{\alpha^E(\omega) E_0}{\varepsilon} \\ \frac{\alpha^H(\omega) H_0}{\mu} \end{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\left(h + \frac{2\pi}{d} n \right)^2 - k_0^2 \varepsilon \mu \right) \mathcal{K}_0 \left(r \sqrt{\left(h + \frac{2\pi}{d} n \right)^2 - k_0^2 \varepsilon \mu} \right). \quad (2.12)$$

В формуле (2.12) учтены вклады всех, в том числе и выборочного, диполей. Для определения E_0 (H_0) необходимо из (2.12) вычесть поле диполя в точке ($r = 0, z = 0$):

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_z^\Sigma(r = 0, z = 0) \\ H_z^\Sigma(r = 0, z = 0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_z^{\text{dipole}}(r = 0, z = 0) \\ H_z^{\text{dipole}}(r = 0, z = 0) \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Важно отметить, что оба слагаемых в правой части (2.13) в точке ($r = 0, z = 0$) равны бесконечности, поэтому вычитать поля следует в некоторой,

близкой, но не равной нулю ($r = r_0 \rightarrow 0, z = z_0 \rightarrow 0$) точке. При этом, координату z для упрощения расчётов можно положить равной нулю. Тогда выражение (2.13) запишется в виде:

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_z^\Sigma(r = r_0, z = 0) \\ H_z^\Sigma(r = r_0, z = 0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_z^{\text{dipole}}(r = r_0, z = 0) \\ H_z^{\text{dipole}}(r = r_0, z = 0) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Используя (2.12) и подставляя поле диполя в (2.14), запишем дисперсионное уравнение для цепочки в виде:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon d^3}{\alpha^E(\omega)} \\ \frac{\mu d^3}{\alpha^H(\omega)} \end{bmatrix} &= -2d^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\left(h + \frac{2\pi}{d}n \right)^2 - k_0^2 \varepsilon \mu \right) \mathcal{K}_0 \left(r_0 \sqrt{\left(h + \frac{2\pi}{d}n \right)^2 - k_0^2 \varepsilon \mu} \right) - \\ &- \left(\frac{k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}{r_0/d} - \frac{ik_0 d \sqrt{\varepsilon \mu}}{r_0^2/d^3} - \frac{1}{r_0^3/d^3} \right) e^{-ik_0 d \sqrt{\varepsilon \mu} (r_0/d)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Суммировать бесконечное количество гармоник нет необходимости. Для решения, сравнимого по точности с (2.5), достаточно выполнить условие:

$$\lambda_n = \frac{2d}{1 + 2n} \geq \frac{r_0}{3}. \quad (2.16)$$

Таким образом, имеется связь между значением r_0 и количеством суммируемых гармоник n_0 ($n_0 \gg 1$):

$$r_0 = \frac{6d}{1 + 2n_0} \approx \frac{3d}{n_0}. \quad (2.17)$$

Отношение $\frac{r_0}{d}$ определяет точность расчётов. При значении $\frac{r_0}{d} = 0.03$ достигается оптимум, максимальная ошибка $\sim 3\%$, количество суммируемых гармоник: $n_0 = 100$. Затрачиваемые машинные ресурсы при этом сравнимы с решением задачи определения дисперсионных свойств цепочки диполей прямым суммированием полей (2.5).

На рисунке 2.2 приведены дисперсионные характеристики (зависимость $\gamma = h/k_0$ от нормированной частоты ω/ω_p) продольной цепочки из электрических (а) и магнитных (б) диполей, полученные методом разложения по гармоникам непрерывного тока (показано точками) и, для сравнения, путём прямого

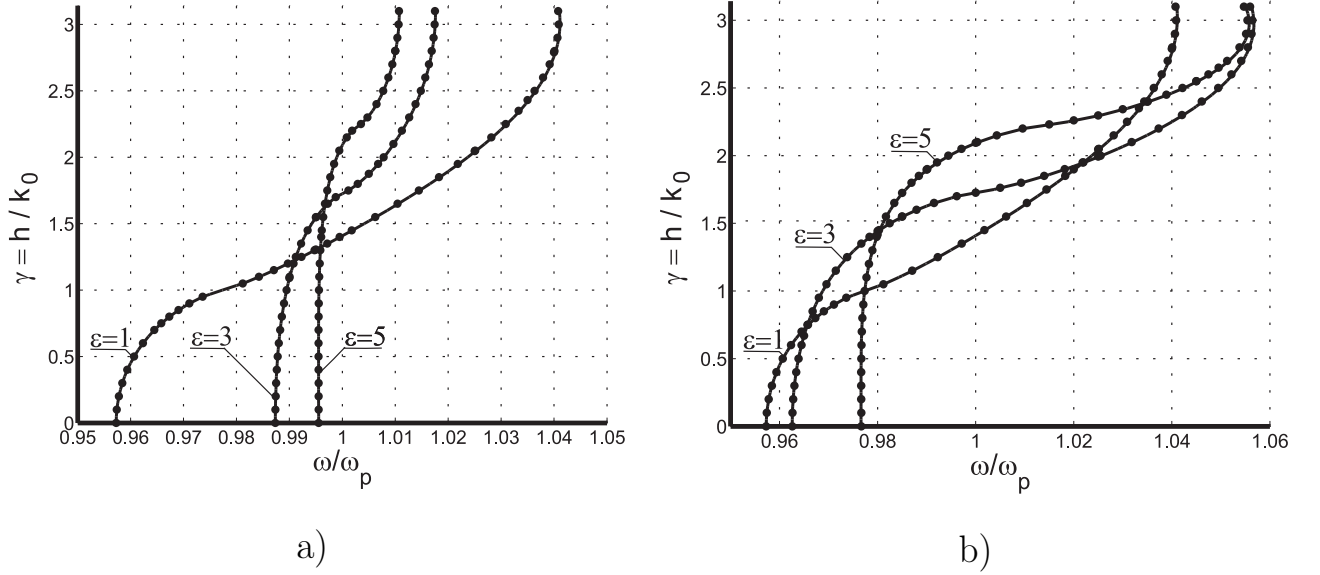


Рис. 2.2. Дисперсионные характеристики продольной цепочки из электрических (а) и магнитных (б) диполей. Точками показано решение, полученное методом разложения по гармоникам, линиями - решение путём прямого суммирования полей диполей.

суммирования полей диполей (линии) для различных значений диэлектрической проницаемости окружения ε при следующих параметрах:

$$\alpha^E(\omega) = \alpha^H(\omega) = A \frac{\omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2}, \quad A = \frac{d^3}{64}, \quad k_p d = \frac{\omega_p}{c} d = 1, \quad \mu = 1. \quad (2.18)$$

Как видно из рисунка 2.2, решение, полученное предложенным методом разложения по гармоникам тока, полностью совпадает с решением задачи прямым суммированием полей диполей.

2.2. Цепочка из резонансных элементов в круглом металлическом волноводе

Рассмотрим следующую систему: продольная цепочка диполей в круглом металлическом волноводе радиуса R (см. рисунок 2.3).

Аналогично *разделу 2.1*, запишем выражение для некоего фиктивного тока, направленного и бегущего вдоль оси z :

$$\begin{bmatrix} I_E^{\text{WG}}(z) \\ I_H^{\text{WG}}(z) \end{bmatrix} = i \frac{\omega}{d} \begin{bmatrix} \alpha^E(\omega) E_0^{\text{WG}} \\ \alpha^H(\omega) H_0^{\text{WG}} \end{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-i(h + \frac{2\pi}{d}n)z}. \quad (2.19)$$

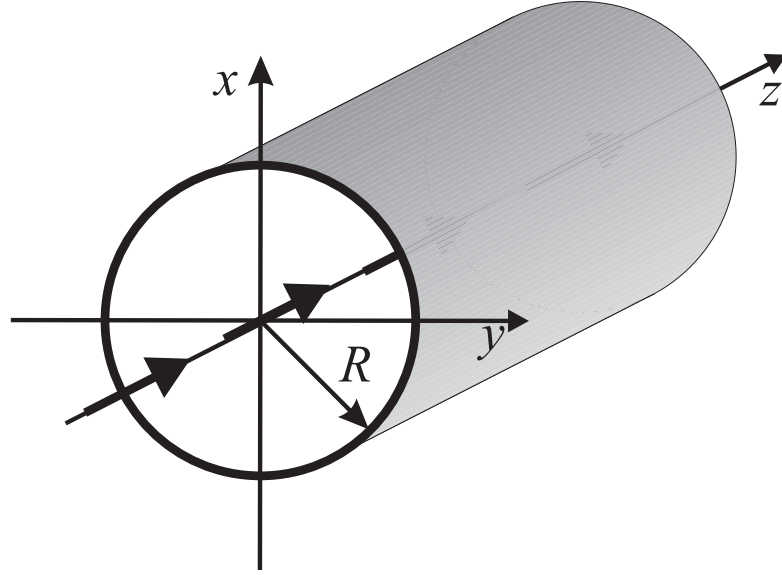


Рис. 2.3. Продольная цепочка диполей в круглом металлическом волноводе.

Но теперь структуры электромагнитных полей отдельных гармоник (2.19) будут существенно зависеть от размеров волновода. Компоненты полей, создаваемые электрическим током $\mathbf{I}_a^e = a \cdot e^{-i\xi z} \mathbf{z}_0$ в круглом металлическом волноводе, удовлетворяющие соответствующим граничным условиям, имеют вид:

$$\begin{aligned} E_z(r, z) &= -i \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\kappa}^2}{k_0 \varepsilon} \left(\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} r) - \frac{\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} R)}{\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} R)} \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} r) \right) e^{-i\xi z}, \\ E_r(r, z) &= \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\kappa} \xi}{k_0 \varepsilon} \left(\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} r) + \frac{\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} R)}{\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} R)} \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} r) \right) e^{-i\xi z}, \\ H_\varphi(r, z) &= \frac{2a}{c} \tilde{\kappa} \left(\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} r) + \frac{\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} R)}{\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} R)} \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} r) \right) e^{-i\xi z}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $\mathcal{K}_n, \mathcal{I}_n$ — модифицированные функции Бесселя n -го порядка, $\tilde{\kappa} = \sqrt{\xi^2 - k_0^2 \varepsilon \mu}$.

Поля, создаваемые магнитным током $\mathbf{I}_a^m = a \cdot e^{-i\xi z} \mathbf{z}_0$, определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} H_z(r, z) &= -i \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\kappa}^2}{k_0 \mu} \left(\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} r) + \frac{\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} R)}{\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} R)} \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} r) \right) e^{-i\xi z}, \\ H_r(r, z) &= \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\kappa} \xi}{k_0 \mu} \left(\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} r) - \frac{\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} R)}{\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} R)} \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} r) \right) e^{-i\xi z}, \\ E_\varphi(r, z) &= -\frac{2a}{c} \tilde{\kappa} \left(\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} r) - \frac{\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} R)}{\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} R)} \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} r) \right) e^{-i\xi z}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Может показаться, что (2.20) и (2.21) справедливы только для случая, когда $\tilde{\kappa}$ чисто действительная величина (для медленных мод), однако это не

так. При переходе $\tilde{\kappa}$ в чисто мнимую область модифицированная функция Бесселя $\mathcal{K}_n$ перейдёт в функцию Ханкеля второго рода $\mathcal{H}_n^{(2)}$, а функция $\mathcal{I}_n$ перейдёт в функцию Бесселя $\mathcal{J}_n$. Функции $\mathcal{H}_n^{(2)}$ и $\mathcal{J}_n$, не являясь ортогональными, составляют линейно независимую пару, т.е. любое решение может быть выражено через их линейную комбинацию. Важно заметить, что если задачу для быстрых волн решать заново, и в качестве ортогональной системы выбрать функции Бесселя $\mathcal{J}_n$ и $\mathcal{Y}_n$, то полученное решение **полностью** совпадёт с решениями (2.20) и (2.21) с учётом мнимости $\tilde{\kappa}$.

Действуя аналогично предыдущему разделу, получим выражение для поля, действующего на выборочный диполь в круглом металлическом волноводе:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_0^{\text{WG}} \\ H_0^{\text{WG}} \end{bmatrix} &= -\frac{2}{d} \begin{bmatrix} \frac{\alpha^E(\omega)}{\varepsilon} E_0^{\text{WG}} \\ \frac{\alpha^H(\omega)}{\mu} H_0^{\text{WG}} \end{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{\kappa}^2 \begin{bmatrix} \mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}r_0) - \frac{\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}R)}{\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}R)} \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}r_0) \\ \mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}r_0) + \frac{\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa}R)}{\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa}R)} \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}r_0) \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} E_z^{\text{dipoleWG}}(r=r_0, z=0) \\ H_z^{\text{dipoleWG}}(r=r_0, z=0) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\kappa} = \sqrt{(h + \frac{2\pi}{d}n)^2 - k_0^2\varepsilon\mu}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где E_z^{dipoleWG} (H_z^{dipoleWG}) — поле одиночного диполя в волноводе, которое, вообще говоря, не совпадает с полем диполя в свободном пространстве.

Для нахождения E_z^{dipoleWG} (H_z^{dipoleWG}) воспользуемся найденными компонентами (2.20) и (2.21) и, разлагая δ — функцию, характеризующую одиночный диполь, в интеграл Фурье, получаем:

$$\begin{bmatrix} E_z^{\text{dipoleWG}}(r_0, 0) \\ H_z^{\text{dipoleWG}}(r_0, 0) \end{bmatrix} = -\frac{1}{\pi} \begin{bmatrix} \frac{\alpha^E(\omega)}{\varepsilon} \\ \frac{\alpha^H(\omega)}{\mu} \end{bmatrix} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 \begin{bmatrix} \mathcal{K}_0(\eta r_0) - \frac{\mathcal{K}_0(\eta R)}{\mathcal{I}_0(\eta R)} \mathcal{I}_0(\eta r_0) \\ \mathcal{K}_0(\eta r_0) + \frac{\mathcal{K}_1(\eta R)}{\mathcal{I}_1(\eta R)} \mathcal{I}_0(\eta r_0) \end{bmatrix} d\xi, \quad (2.23)$$

где $\eta = \sqrt{\xi^2 - k_0^2\varepsilon\mu}$. В итоге, подставляя выражение (2.23) в (2.22), имеем дисперсионное уравнение для цепочки диполей в круглом металлическом вол-

НОВОДЕ в виде:

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} \frac{\varepsilon d^3}{\alpha^E(\omega)} \\ \frac{\mu d^3}{\alpha^H(\omega)} \end{array} \right] &= -2d^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{\kappa}^2 \left[\begin{array}{c} \mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}r_0) - \frac{\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}R)}{\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}R)} \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}r_0) \\ \mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}r_0) + \frac{\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa}R)}{\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa}R)} \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}r_0) \end{array} \right] + \\ &+ \frac{d^3}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 \left[\begin{array}{c} \mathcal{K}_0(\eta r_0) - \frac{\mathcal{K}_0(\eta R)}{\mathcal{I}_0(\eta R)} \mathcal{I}_0(\eta r_0) \\ \mathcal{K}_0(\eta r_0) + \frac{\mathcal{K}_1(\eta R)}{\mathcal{I}_1(\eta R)} \mathcal{I}_0(\eta r_0) \end{array} \right] d\xi, \end{aligned} \quad (2.24)$$

где $\tilde{\kappa} = \sqrt{(h + \frac{2\pi}{d}n)^2 - k_0^2\varepsilon\mu}$ и $\eta = \sqrt{\xi^2 - k_0^2\varepsilon\mu}$.

Критерии выбора радиуса вычитания r_0 остаются прежними и не зависят от радиуса волновода R в условиях применимости основной задачи.

Следует обратить внимание на следующий факт: формула (2.23) является точным выражением для поля диполя в металлическом волноводе, и в принципе, для нахождения дисперсионной характеристики можно воспользоваться методикой прямого суммирования полей, аналогичной той, которая используется для получения (2.5). Но для расчёта поля только одного диполя в волноводе требуются вычислительные ресурсы на порядок больше, чем для определения поля всей системы диполей методом разложения по гармоникам. При решении дисперсионного уравнения (2.24) 10 % машинного времени тратится на вычисление первого слагаемого (поля всей системы) и 90 % — на вычисление второго слагаемого (поля одиночного диполя в волноводе).

На рисунке 2.4 показана дисперсионная характеристика цепочки резонаторов в круглом металлическом волноводе при различных нормированных радиусах волновода $\frac{\omega_p}{c}R$:

$$\left(\frac{\omega_p}{c}R\right)_1 = 1.4, \quad \left(\frac{\omega_p}{c}R\right)_2 = 1, \quad \left(\frac{\omega_p}{c}R\right)_3 = 0.6. \quad (2.25)$$

Параметры цепочки аналогичны предыдущему *разделу 2.1* (см. (2.18)). Диэлектрическая ε и магнитная μ проницаемости равны единице.

Рисунок 2.4 приведён для закритических значений радиуса волновода R . Первая (основная) волноводная мода будет распространяющейся при $\omega > \omega_p$, начиная со значений радиуса волновода $\frac{\omega_p}{c}R = 1.84$ и выше.

Отметим, что аналогично цепочке в прямоугольном металлическом волноводе [87, 88, 107] наблюдается «просветление» закритического волновода. Подобный эффект может быть использован для миниатюризации волноводных систем.

Как видно из рисунка 2.4, для моды цепочки из электрических диполей, при радиусе волновода R больше периода цепочки d (случай 1 на рисунке), наблюдается расширение частотного интервала моды в области быстрых волн ($\gamma < 1$). В случае магнитных диполей волновод напротив уменьшает интервал существования волн. В области медленных волн ($\gamma > 1$) влияние волновода заметно меньше, и кривая $\gamma(\omega)$ практически полностью повторяет моду цепочки в свободном пространстве.

При радиусе волновода R меньше периода цепочки d (случай 3 на рисунке 2.4) волновод значительно влияет как на быстрые, так и на медленные волны, приводя к существенному уменьшению частотного интервала существования мод. В пределе $R \rightarrow 0$, ограниченном дипольным приближением (диаметр волновода не может быть меньше линейных размеров элемента), зависимости $\gamma(\omega)$ вырождаются в прямую $\omega = \text{const}$.

2.3. Цепочка из резонансных элементов в круглом диэлектрическом волноводе

Другим примером, показывающим эффективность предложенного метода расчёта дисперсионных характеристик, является цепочка из резонансных элементов в круглом диэлектрическом волноводе (оптическом волокне). В данном случае условия для полей на границе диэлектрического цилиндра не зависят от типа элементов, поэтому рассмотрим только систему электрических диполей².

² Для магнитных диполей решение может быть получено по принципу перестановочной двойственности.

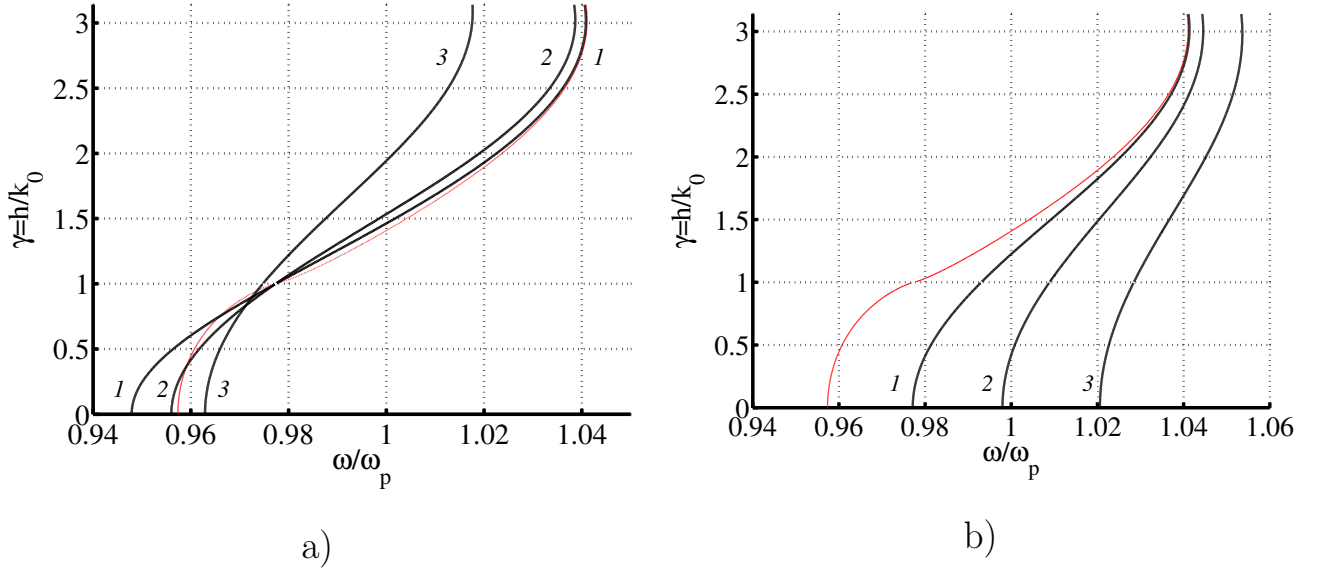


Рис. 2.4. Дисперсионные характеристики продольной цепочки из электрических (а) и магнитных (б) диполей в круглом металлическом волноводе. Тонкой красной линией показана мода цепочки в свободном пространстве.

Аналогично предыдущим разделам запишем компоненты полей, создаваемые неким фиктивным электрическим током $\mathbf{I}_a^e = a \cdot e^{-i\xi z} \mathbf{z}_0$ в круглом цилиндре радиуса R с диэлектрической проницаемостью ε ($\mu = 1$) и вне его:

$$\begin{aligned}
 r < R \quad & \begin{cases} E_z(r, z) = \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\kappa}^2}{ik_0\varepsilon} (\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa}r) + B\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa}r)) e^{-i\xi z}, \\ E_r(r, z) = \frac{2a}{c} \frac{\tilde{\kappa}\xi}{k_0\varepsilon} (\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa}r) - B\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa}r)) e^{-i\xi z}, \\ H_\varphi(r, z) = \frac{2a}{c} \tilde{\kappa} (\mathcal{K}_1(\tilde{\kappa}r) - B\mathcal{I}_1(\tilde{\kappa}r)) e^{-i\xi z}, \end{cases} \quad \tilde{\kappa}^2 = \xi^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon, \\
 r > R \quad & \begin{cases} E_z(r, z) = \frac{\varkappa^2}{ik_0} C \mathcal{K}_0(\varkappa r) e^{-i\xi z}, \\ E_r(r, z) = \frac{\varkappa\xi}{k_0} C \mathcal{K}_1(\varkappa r) e^{-i\xi z}, \\ H_\varphi(r, z) = \varkappa C \mathcal{K}_1(\varkappa r) e^{-i\xi z}, \end{cases} \quad \varkappa^2 = \xi^2 - \frac{\omega^2}{c^2}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Коэффициенты B и C находятся из граничных условий непрерывности $E_z(r, z)$ и $H_\varphi(r, z)$ на границе раздела $r = R$:

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\varepsilon \varkappa \mathcal{K}_0(\varkappa R) \mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} R) + \tilde{\kappa} \mathcal{K}_1(\varkappa R) \mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} R)}{\varepsilon \varkappa \mathcal{K}_0(\varkappa R) \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} R) - \tilde{\kappa} \mathcal{K}_1(\varkappa R) \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} R)}, \\
 C &= -\frac{2a \tilde{\kappa}^2}{c \varkappa} \cdot \frac{\mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} R) \mathcal{K}_1(\tilde{\kappa} R) + \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} R) \mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} R)}{\varepsilon \varkappa \mathcal{K}_0(\varkappa R) \mathcal{I}_1(\tilde{\kappa} R) - \tilde{\kappa} \mathcal{K}_1(\varkappa R) \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} R)}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

В выражениях (2.27) равенство нулю знаменателя соответствует собственным модам диэлектрического цилиндра. Действуя полностью аналогично предыдущему разделу, в итоге получаем дисперсионное уравнение для продольной цепочки диполей в диэлектрическом волноводе в следующем виде:

$$\frac{\varepsilon d^3}{\alpha^E(\omega)} = -2d^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{\kappa}^2 (\mathcal{K}_0(\tilde{\kappa} r_0) + B \mathcal{I}_0(\tilde{\kappa} r_0)) + \frac{d^3}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 (\mathcal{K}_0(\eta r_0) + B \mathcal{I}_0(\eta r_0)) d\xi, \quad (2.28)$$

где $\tilde{\kappa} = \sqrt{(h + \frac{2\pi}{d}n)^2 - k_0^2 \varepsilon}$ и $\eta = \sqrt{\xi^2 - k_0^2 \varepsilon}$.

На рисунке 2.5 приведена дисперсионная характеристика цепочки резонаторов в круглом металлическом волноводе при следующих параметрах:

$$\varepsilon = 2.25, \quad \frac{\omega_p}{c} R = 1. \quad (2.29)$$

Значения остальных параметров совпадают с (2.18). Как видно из рисунка 2.5, в результате взаимодействия цепочки с собственной модой волновода происходит расщепление распространяющейся волны в узком частотном интервале на две: первая (с большими значениями γ) — волноводная мода, переходящая в моду цепочки, вторая (с меньшими значениями γ) — наоборот.

Следует отметить достаточно большую чувствительность скорости распространения моды системы к изменению частоты ω (или, при фиксированной частоте, к изменению периода цепочки³) по сравнению с обычной модой диэлектрического цилиндра (оптоволокна). Подобный эффект может использоваться для создания различного рода датчиков (удара, движения), в которых незначительное изменение масштаба (периода цепочки) приводит к заметному изменению характеристик распространяющихся волн.

2.4. Двумерная решётка из резонансных элементов

Обобщим метод разложения по гармоникам тока на двумерный случай. Рассмотрим собственные моды прямоугольной решётки из продольных элек-

³ Строго говоря, дисперсионные характеристики приведены в зависимости от kd , при $k_p d = 1$.

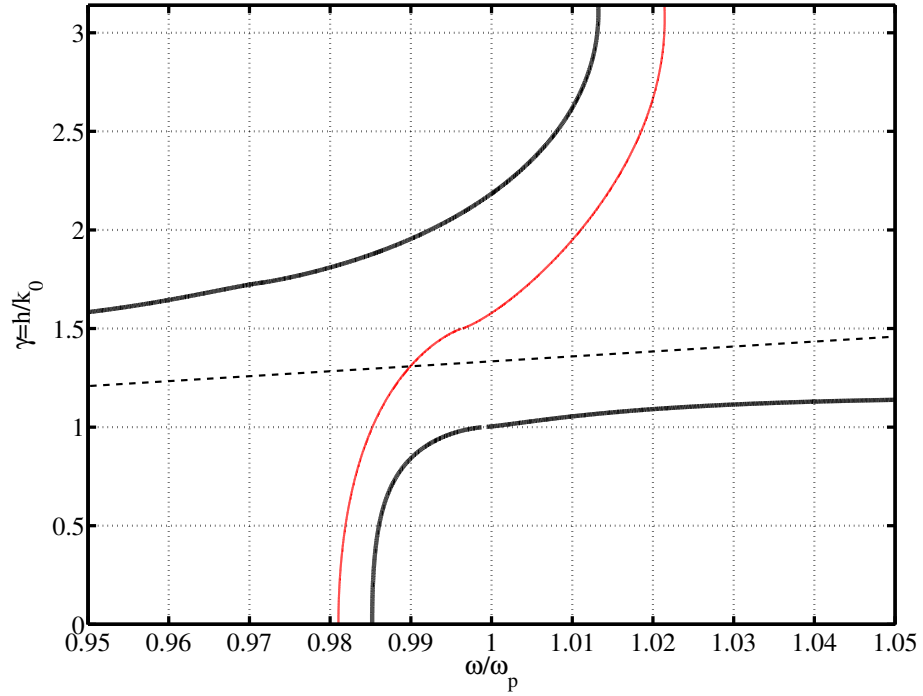


Рис. 2.5. Дисперсионная характеристика продольной цепочки из электрических диполей в круглом диэлектрическом цилиндре. Тонкой красной линией показана мода цепочки в свободном пространстве, пунктиром - симметричная ТЕ мода диэлектрического волновода.

трических диполей (см. рисунок 2.6).

Будем интересоваться собственными модами подобной системы, распространяющимися вдоль оси z , тогда поле, действующее на диполь с координатами $(x = md, y = 0, z = nd)$, можно записать в виде:

$$\mathbf{E}_{m,n} = E_0 e^{-i h d n} \cdot \mathbf{z}_0, \quad (2.30)$$

где E_0 - проекция на ось z напряжённости электрического поля в начале координат.

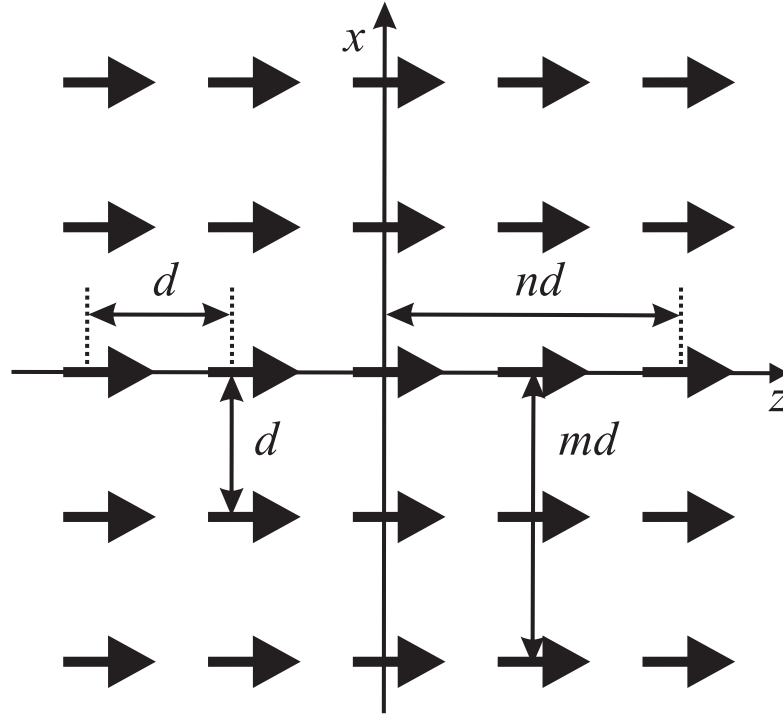


Рис. 2.6. Прямоугольная решётка из продольных диполей.

Здесь также можно воспользоваться методом прямого суммирования полей и получить дисперсионное уравнение вида:

$$\frac{\varepsilon d^3}{\alpha(\omega)} = \sum_{\substack{n,m=-\infty \\ n=m \neq 0}}^{+\infty} \left(\frac{n^2 (kd)^2}{(n^2 + m^2)^{3/2}} + \frac{2m^2 - n^2}{n^2 + m^2} \left(\frac{ikd}{n^2 + m^2} + \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \right) \right) e^{-i(kd\sqrt{n^2+m^2} + hdn)}. \quad (2.31)$$

Отметим, что суммирование полей в двумерном случае является ещё более трудоёмкой задачей, чем в одномерном случае, поскольку ряд в (2.31) является медленно сходящимся⁴. Для решения этой проблемы применяются различные методики ускорения сходимости [85].

Воспользуемся методом разложения по гармоникам, запишем выражение для плотности тока решётки в виде:

$$\mathbf{j}_E = i\omega\alpha^E(\omega)E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-ihdn} \delta(x - md) \delta(y) \delta(z - nd) \mathbf{z}_0. \quad (2.32)$$

⁴ при $h = 0$ ряд расходится.

После применения к (2.32) формулы Пуассона [140] для двумерных рядов имеем:

$$\mathbf{j}_E = \frac{i\omega}{d^2} \alpha^E(\omega) E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-i(h+\frac{2\pi}{d}n)z - i\frac{2\pi}{d}mx} \delta(y) \mathbf{z}_0. \quad (2.33)$$

Запишем компоненты полей, создаваемые током $\mathbf{I}_a^e = a \cdot e^{-i\eta x} e^{-i\xi z} \cdot \mathbf{z}_0$, бегущим вдоль плоскости $y = 0$ в окружающем пространстве с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε и μ :

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z) &= -i \frac{2\pi a}{k_0 \varepsilon c} \cdot \frac{\eta \xi}{\varkappa} \cdot e^{-\varkappa y} e^{-i\eta x} e^{-i\xi z}, \\ E_y(x, y, z) &= -\frac{2\pi a}{k_0 \varepsilon c} \cdot \xi \cdot e^{-\varkappa y} \cdot e^{-i\eta x} e^{-i\xi z}, \\ E_z(x, y, z) &= -i \frac{2\pi a}{k_0 \varepsilon c} \cdot \frac{\varkappa^2 - \eta^2}{\varkappa} \cdot e^{-\varkappa y} e^{-i\eta x} e^{-i\xi z}, \\ H_x(x, y, z) &= \frac{2\pi a}{c} \cdot e^{-\varkappa y} e^{-i\eta x} e^{-i\xi z}, \\ H_y(x, y, z) &= \frac{2\pi a}{c} \cdot \frac{\eta}{\varkappa} \cdot e^{-\varkappa y} e^{-i\eta x} e^{-i\xi z}, \\ \varkappa^2 &= \xi^2 + \eta^2 - k_0^2 \varepsilon \mu. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Выражение для z -проекции электрического поля всей системы в точке $(x = 0, y = r_0, z = 0)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} E_z^\Sigma(r_0) &= \frac{2\pi}{\varepsilon d^3} \alpha^E(\omega) E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(hd + 2\pi n)^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}{\sqrt{(hd + 2\pi n)^2 + (2\pi m)^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}} e^{-\varkappa r_0}, \\ \varkappa^2 &= (h + \frac{2\pi}{d}n)^2 + (\frac{2\pi}{d}m)^2 - k_0^2 \varepsilon \mu. \end{aligned} \quad (2.35)$$

В итоге, аналогично одномерному случаю (2.15), вычитая поле одиночного диполя, получаем дисперсионное уравнение для мод прямоугольной решётки из продольных диполей:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon d^3}{\alpha^E(\omega)} &= 2\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(hd + 2\pi n)^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}{\sqrt{(hd + 2\pi n)^2 + (2\pi m)^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}} e^{-\varkappa r_0} - \\ &- \left(\frac{k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}{r_0/d} - \frac{ik_0 d \sqrt{\varepsilon \mu}}{r_0^2/d^3} - \frac{1}{r_0^3/d^3} \right) e^{-ik_0 d \sqrt{\varepsilon \mu} (r_0/d)}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

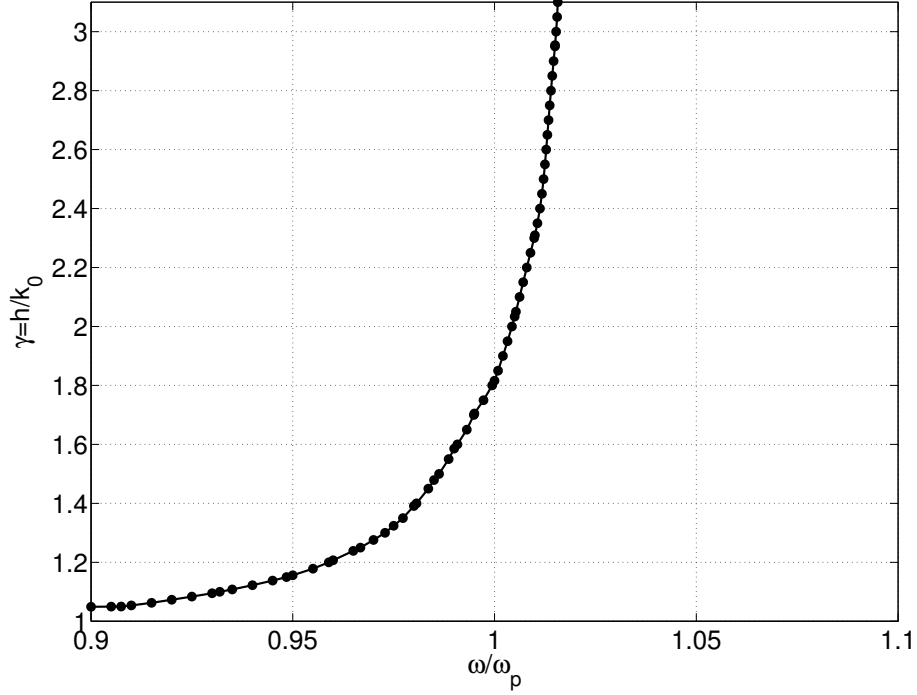


Рис. 2.7. Дисперсионная характеристика решётки из продольных электрических диполей. Точками показано решение, полученное методом разложения по гармоникам, линией — решение прямым суммированием полей диполей.

Отметим, что поле выборочного диполя также можно представить через гармоники тока интегралом Фурье, и тогда выражение (2.36) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon d^3}{\alpha^E(\omega)} = & 2\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(hd + 2\pi n)^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}{\sqrt{(hd + 2\pi n)^2 + (2\pi m)^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}} e^{-\kappa r_0} - \\ & - \frac{d^3}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}} e^{-r_0 \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - k_0^2 d^2 \varepsilon \mu}} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Критерии выбора радиуса вычитания r_0 и количества суммируемых гармоник $n_{\max}, n_{\min}, m_{\max}, m_{\min}$, так же как в одномерном случае определяются необходимой точностью решения (2.17).

На рисунке 2.7 показана дисперсионная характеристика решётки из продольных электрических диполей, рассчитанная методом суммирования полей (сплошная линия) и методом разложения по гармоникам тока (точки). Как видно из рисунка, полученные решения полностью совпадают.

Предложенный метод расчёта двумерных систем, подобно одномерному случаю, может быть легко обобщён на случай более сложных систем, например: решётка в прямоугольном металлическом волноводе⁵, решётка в диэлектрическом слое, решётка на диэлектрической подложке или даже многослойной среды.

⁵ Отметим, что подобную задачу можно решить методом изображения [87].

Глава 3

Нелинейно-оптические эффекты при взаимодействии лазерного излучения с металлическими наночастицами

В настоящей главе рассматриваются нелинейно-оптические эффекты при рассеянии лазерного излучения на металлических наночастицах.

В рамках модели свободных электронов и феноменологического описания нелинейных электродинамических свойств поверхности металла проанализированы эффекты генерации второй гармоники и самовоздействия лазерного излучения, падающего на металлическую наночастицу сферической формы.

Анализируются аналитические выражения для дипольного и квадрупольного моментов, которыми характеризуется поле рассеяния на второй гармонике, и нелинейная поправка к наведённому полем дипольному моменту наночастицы на основной частоте. Исследуются зависимости интенсивности излучения и направленности нелинейного рассеяния от частоты падающего на частицу электромагнитного поля. Развитая теория объясняет экспериментально наблюдаемые особенности, характерные для нелинейной восприимчивости диэлектрических материалов, содержащих наноразмерные металлические включения.

Численно промоделировано нелинейно-оптическое взаимодействие металлических наночастиц с иглой атомно-силового микроскопа (АСМ) при облучении фемтосекундными лазерными импульсами.

Показано, что измеряемые в эксперименте карты двухфотонной люминесценции содержат дополнительную информацию о форме и ориентации наночастиц. Эту информацию о наночастицах можно извлечь путём сопоставления экспериментальных результатов с базисными картами двухфотонной люми-

несценции, рассчитанными для эталонных объектов.

Подобная методика нелинейной диагностики расширяет возможности атомно-силовой микроскопии для получения изображений металлических нанообъектов на поверхности, позволяя исследовать форму и ориентацию наночастиц с характерными размерами, сравнимыми с размером кончика иглы АСМ.

Изложение основано на работах [109, 110, 123–128].

3.1. Генерация второй гармоники и эффект самовоздействия при рассеянии лазерного излучения на металлической наночастице

Для описания генерации второй гармоники и эффекта самовоздействия при рассеянии лазерного излучения на металлической наночастице предложен подход, использующий, аналогично [141, 142], модель свободных электронов в металле и феноменологически учитывающий влияние поверхности частицы. Развитые теоретические представления позволяют найти аналитические выражения для дипольного и квадрупольного моментов, характеризующих поле рассеяния на второй гармонике и нелинейную поправку к наведённому полем дипольному моменту наночастицы на основной частоте.

3.1.1. Нелинейный ток электронов проводимости в металлах

Рассмотрим рассеяние плоской монохроматической линейно поляризованной электромагнитной волны $E_0 \mathbf{z}_0 e^{i\omega_0 t - ik_0 y}$ на расположенном в электродинамическом вакууме металлическом нанополосе радиусом $a \ll \lambda = 2\pi/k_0$ (см. рисунок 3.1).

Пренебрегая квантовым давлением, будем описывать поведение свободных электронов в металле в присутствии статического положительного заряженного фона уравнениями для плотностей заряда $\rho = \bar{e}(N_e - N_0)$ и скорости электронного газа $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ [143]:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \frac{\bar{e}}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B} \right), \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} &= \frac{\bar{e}^2 N_e}{m} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{j}^{NL}}{\partial t}, \\ \frac{\partial \mathbf{j}^{NL}}{\partial t} &= -\mathbf{V}(\nabla \cdot \mathbf{j}) + (\bar{e} N_0 + \rho) \left(\frac{\bar{e}}{mc} \mathbf{V} \times \mathbf{B} - (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right).\end{aligned}\quad (3.3)$$

Из-за нелинейности падающая волна возбуждает гармоники основной частоты, электрическое поле которых описывается в металле уравнением:

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \mathbf{E}_\omega = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}_\omega^{NL}, \quad (3.4)$$

где $\mathbf{j}_\omega^{NL}$ — объёмная плотность нелинейного тока в металле $\mathbf{j}^{NL}$ на частоте ω , $\omega_p = 4\pi\bar{e}^2 N_0/m$ — плазменная частота. При выводе (3.4) учтено, что $\mathbf{j}_\omega = \frac{\bar{e}^2 N_0}{i\omega m} \mathbf{E}_\omega + \mathbf{j}_\omega^{NL}$.

Вне металла поле $\mathbf{E}_\omega$ удовлетворяет уравнению:

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_\omega = 0. \quad (3.5)$$

Описание электродинамических свойств поверхности металлической частицы — довольно сложная задача требующая при строгом рассмотрении привлечения аппарата квантовой механики [143]. Воспользуемся феноменологическими рассуждениями, позволяющими заменить переходную область на эквивалентные ей с точки зрения электродинамики плотность поверхностного заряда и плотность поверхностного дипольного момента (мощность дипольного слоя). Будем исходить из предположения, что переходная область, где нарушается квазинейтральность, накапливаются заряды и образуется дипольный слой, имеет толщину δ , малую по сравнению с другими характерными масштабами рассматриваемой задачи (в частности, с радиусом наночастицы a).

Введём координату η , отсчитываемую от центра переходной области вдоль нормали $\mathbf{n}$, направленной из металла в вакуум. Проинтегрируем закон сохранения заряда (3.1) от $(-\delta/2)$ до $(\delta/2)$ по η , считая, что при $\eta = -\delta/2$ уже можно пользоваться уравнением (3.4), а при $\eta > \delta/2$ уравнением (3.5). Устремив формально $\delta \rightarrow 0$, в итоге получим соотношение:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \text{Div}(\sigma \mathbf{V}_\tau) = j_n|_{\eta=-\frac{\delta}{2}} = \{(\bar{e}N_0 + \rho)V_n\}|_{\eta=-\frac{\delta}{2}}, \quad (3.6)$$

где Div — «поверхностная» дивергенция, $\mathbf{V}_\tau$ и V_n — тангенциальная и нормальная составляющие скорости электронов в непосредственной близости от

границы металла. При выводе (3.6) предполагалось, что $\mathbf{V}_\tau$ в переходной области $|\eta| < \delta/2$ не изменяется.

Чтобы оценить мощность дипольного слоя, возникающего на поверхности наночастицы, домножим (3.1) на η и проинтегрируем полученное уравнение по переменной η в пределах от $(-\delta/2)$ до $(\delta/2)$. Как и при выводе соотношения (3.6), будем считать в интервале $|\eta| < \delta/2$ тангенциальную составляющую $\mathbf{V}_\tau$ скорости электронов постоянной величиной. Нормальная же проекция скорости V_n в интервале $|\eta| < \delta/2$ может существенно изменяться. Величина и характер этого изменения зависят от конкретного вида металла, частоты электромагнитного поля и т.д. В итоге, для поверхностной плотности дипольного момента p получаем следующее соотношение:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \text{Div}(p\mathbf{V}_\tau) = \int_{-\delta/2}^{+\delta/2} \rho V_n d\eta. \quad (3.7)$$

В отсутствие внешних полей будем пренебрегать размыванием границы раздела, то есть положим, что $p \rightarrow 0$ при $E_0 = 0$.

3.1.2. Линейное приближение

В линейном по полю E_ω приближении уравнения (3.4) и (3.5) можно записать в следующем виде:

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}_\omega = 0. \quad (3.8)$$

Здесь введена функция:

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \begin{cases} \varepsilon_p(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, & |\mathbf{r}| < a, \\ 1, & |\mathbf{r}| > a, \end{cases} \quad (3.9)$$

описывающая распределение диэлектрической проницаемости в пространстве.

Из (3.4) и (3.5) вытекает, что:

$$(\nabla \cdot \mathbf{D}_\omega) = 0, \quad (3.10)$$

где $\mathbf{D}_\omega = \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}_\omega$ — вектор электрической индукции. В случае, когда радиус частицы a достаточно мал, и выполняются неравенства $ka \ll 1$ и $k\sqrt{|\varepsilon_p(\omega)|} \ll 1$ ($k = \frac{\omega}{c}$), решение уравнения (3.8) можно искать в виде разложения по малому параметру $\mathcal{M}(\omega) = ka \equiv a\omega/c \ll 1$. Первый член этого разложения соответствует квазистатическому приближению.

В поле $\mathbf{E}_{\omega_0}$ на частоте ω_0 удобно выделить падающую волну $\mathbf{z}_0 E_0 e^{-ik_0 y}$ ($k_0 = \omega_0/c$) и поле рассеяния на наночастице $\mathcal{E}_{\omega_0}$:

$$\mathbf{E}_{\omega_0} = \mathbf{z}_0 E_0 e^{-ik_0 y} + \mathcal{E}_{\omega_0}. \quad (3.11)$$

Тогда разложение поля $\mathbf{E}_{\omega_0}$ в асимптотический ряд по параметру $\mathcal{M}_0 = \mathcal{M}(\omega_0)$ примет вид:

$$\mathbf{E}_{\omega_0} = E_0 \mathbf{z}_0 + \mathcal{E}_{\omega_0}^{(0)} + \mathcal{M}_0 \left(\mathcal{E}_{\omega_0}^{(1)} - i \frac{y}{a} E_0 \mathbf{z}_0 \right) + \dots \quad (3.12)$$

В нулевом и первом порядках малости по $\mathcal{M}_0$ поля рассеяния $\mathcal{E}_{\omega_0}^{(0)}$ и $\mathcal{E}_{\omega_0}^{(1)}$ являются потенциальными:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\omega_0}^{(0)} &= -\nabla \Phi_{\omega_0}^{(0)}, \\ \mathcal{E}_{\omega_0}^{(1)} &= -\nabla \Phi_{\omega_0}^{(1)}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Согласно соотношению (3.10) потенциальные функции $\Phi_{\omega_0}^{(0)}$ и $\Phi_{\omega_0}^{(1)}$ как вне, так и внутри шарика удовлетворяют уравнению Лапласа:

$$\Delta \Phi_{\omega_0}^{(0,1)} = 0 \quad (r < a, r > a). \quad (3.14)$$

Причём на границе металла $r = a$ нормальные составляющие векторов:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_{\omega_0}^{(0)} &= \varepsilon(\mathbf{r}, \omega_0) \left(-\nabla \Phi_{\omega_0}^{(0)} + E_0 \mathbf{z}_0 \right), \\ \mathbf{D}_{\omega_0}^{(1)} &= \varepsilon(\mathbf{r}, \omega_0) \left(-\nabla \Phi_{\omega_0}^{(1)} - i \frac{y}{a} E_0 \mathbf{z}_0 \right),\end{aligned}$$

а также тангенциальные проекции векторов $\mathbf{E}_{\omega_0}^{(0)} = E_0 \mathbf{z}_0 - \nabla \Phi_{\omega_0}^{(0)}$ и $\mathbf{E}_{\omega_0}^{(1)} = -i \frac{y}{a} E_0 \mathbf{z}_0 - \nabla \Phi_{\omega_0}^{(1)}$ непрерывны. Удовлетворяющие таким граничным условиям и спадающие при удалении от частицы потенциалы $\Phi_{\omega_0}^{(0)}$ и $\Phi_{\omega_0}^{(1)}$ равны:

$$\begin{aligned}\Phi_{\omega_0}^{(0)} &= a^3 E_0 \cos \theta \frac{\varepsilon_p(\omega_0) - 1}{\varepsilon_p(\omega_0) + 2} \begin{cases} \frac{r}{a^3}, & |\mathbf{r}| < a \\ \frac{1}{r^2}, & |\mathbf{r}| > a \end{cases}, \\ \Phi_{\omega_0}^{(1)} &= a^4 E_0 \sin 2\theta \sin \varphi \frac{i(1 - \varepsilon_p(\omega_0))}{4 \left(\varepsilon_p(\omega_0) + \frac{3}{2} \right)} \begin{cases} \frac{r^2}{a^5}, & |\mathbf{r}| < a \\ \frac{1}{r^3}, & |\mathbf{r}| > a \end{cases},\end{aligned}\quad (3.15)$$

где θ — отсчитываемый от оси z полярный (зенитный) угол, а φ — отсчитываемый от оси x азимутальный угол сферической системы координат, связанной с центром металлической наночастицы.

Как видно из (3.15), поле рассеяния $\mathcal{E}_{\omega_0}$ в нулевом и первом порядках теории возмущений по параметру $\mathcal{M}_0$ при $r > a$ является суперпозицией поля диполя (см. рисунок 3.2а) с дипольным моментом

$$\mathcal{P}_{\omega_0} = \mathbf{z}_0 E_0 a^3 \frac{\varepsilon_p(\omega_0) - 1}{\varepsilon_p(\omega_0) + 2}, \quad (3.16)$$

и поля квадрупольного момента (см. рисунок 3.2б) с тензором квадрупольного момента (в системе координат, связанной с центром металлического шарика)

$$\hat{Q} = Q_{\omega_0} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

с двумя ненулевыми компонентами

$$Q_{yz} = Q_{zy} = Q_{\omega_0} = \frac{ik_0(1 - \varepsilon_p(\omega_0))}{(2\varepsilon_p(\omega_0) + 3)} E_0 a^4. \quad (3.18)$$

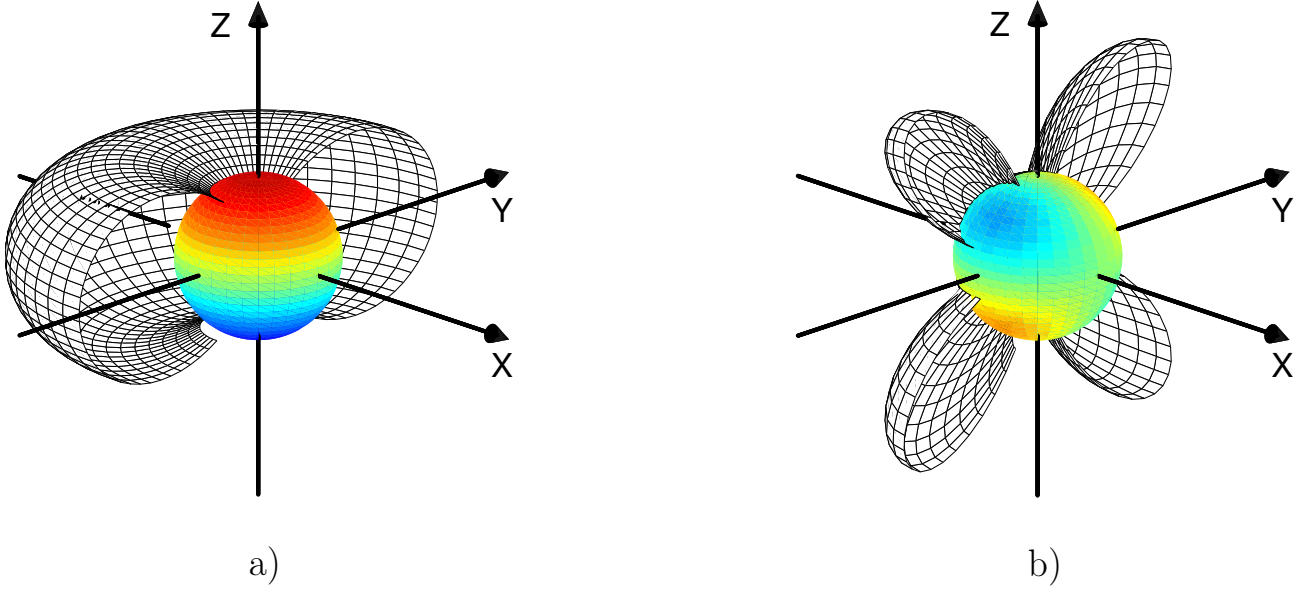


Рис. 3.2. Диаграммы направленности и распределение поверхностного заряда дипольного (а) и квадрупольного (б) источников излучения основной гармоники (ω_0) при рассеянии линейно поляризованной электромагнитной волны на металлическом наночастице.

На рисунке 3.2 показаны диаграммы направленности и распределение поверхностного заряда источников излучения на основной частоте ω_0 .

3.1.3. Генерация второй гармоники

Из-за нелинейности уравнений (3.1)–(3.4), (3.7), (3.8) поле $\mathbf{E}_{\omega_0}$ возбуждает вторую гармонику $\mathbf{E}_{2\omega_0}$. Действительно, если ограничиться учётом квадратичных по $\mathbf{E}_{\omega_0}$ членов, можно получить следующее выражение для плотности нелинейного объёмного тока в металле:

$$\mathbf{j}_{2\omega_0}^{NL} = A^{NL} \cdot \nabla(\mathbf{E}_{\omega_0})^2 + \Gamma^{NL} \cdot \mathbf{E}_{\omega_0}(\nabla \cdot \mathbf{E}_{\omega_0}), \quad (3.19)$$

где $A^{NL} = -i \frac{\bar{\epsilon} \omega_p^2}{16\pi m \omega_0^3}$, $\Gamma^{NL} = -i \frac{\bar{\epsilon}}{4\pi m \omega_0}$. Этому току соответствует объёмный заряд с плотностью $\rho_{2\omega_0}^{NL}$:

$$\rho_{2\omega_0}^{NL} = \frac{i}{2\omega_0} (\nabla \cdot \mathbf{j}_{2\omega_0}^{NL}) = \frac{i}{2\omega_0} [A^{NL} \Delta(\mathbf{E}_{\omega_0})^2 + \Gamma^{NL} ((\nabla \cdot \mathbf{E}_{\omega_0})^2 + \mathbf{E}_{\omega_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}_{\omega_0}))]. \quad (3.20)$$

Кроме того, на поверхности металла, согласно (3.6) и (3.7), появляются поверхностный заряд с плотностью:

$$\sigma_{2\omega_0} = \frac{i}{2\omega_0} \left(\text{Div}(\sigma_{\omega_0} \mathbf{V}_{\omega_0\tau}) - j_{2\omega_0n}|_{r=a-0} \right) \quad (3.21)$$

и дипольный слой с мощностью

$$p_{2\omega_0} = \frac{-1}{2\omega_0} \int_{-\delta/2}^{+\delta/2} \rho_{\omega_0} V_{\omega_0n} d\eta = \beta_{\omega_0} (\sigma_{\omega_0} V_{\omega_0n})|_{r=a-0} , \quad (3.22)$$

где введён параметр β_{ω_0} , учитывающий изменения V_{ω_0n} при переходе через границу металла. Если принять во внимание, что нормальная составляющая вектора электрической индукции $\mathbf{D}_{\omega_0} = \varepsilon(\omega_0, \eta) \mathbf{E}_{\omega_0}$ (где $\varepsilon(\omega_0, \eta)$ — диэлектрическая проницаемость переходной области на частоте ω_0) непрерывна, а скорость электронов связана с напряжённостью электрического поля соотношением $\mathbf{V}_{\omega_0} = \frac{\bar{e}}{i\omega_0 m} \mathbf{E}_{\omega_0}$, то нетрудно получить, что $\beta_{\omega_0} = \frac{\varepsilon(\omega_0)+1}{2}$.

Воспользовавшись разложением для поля $\mathbf{E}_{\omega_0}$ по параметру $\mathcal{M}_0$, после несложных, но достаточно громоздких математических выкладок получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{2\omega_0}^{NL}(r < a) &= \mathcal{M}_0 A E_0^2 \mathbf{y}_0 \frac{3\omega_0(4 + \varepsilon_p(\omega_0))}{2a(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)(2\varepsilon_p(\omega_0) + 3)} + O(\mathcal{M}_0^2) , \\ \rho_{2\omega_0}^{NL}(r < a) &= O(\mathcal{M}_0^2) , \\ \sigma_{2\omega_0} &= -\frac{\bar{e}^2 N_0}{4m\omega_0^4} \left(\mathbf{E}_{2\omega_0}|_{r=a-0} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \right) + \sigma_{2\omega_0}^{(0)} + \mathcal{M}_0 \sigma_{2\omega_0}^{(1)} + O(\mathcal{M}_0^2) , \\ p_{2\omega_0} &= p_{2\omega_0}^{(0)} + \mathcal{M}_0 p_{2\omega_0}^{(1)} + O(\mathcal{M}_0^2) , \\ \sigma_{2\omega_0}^{(0)} &= A E_0^2 \frac{9(3 \cos^2 \theta - 1)}{2a(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^2} , \\ p_{2\omega_0}^{(0)} &= -\beta_{\omega_0} A E_0^2 \frac{9 \cos^2 \theta}{2(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^2} = -\beta_{\omega_0} A E_0^2 \frac{3[(3 \cos^2 \theta - 1) + 1]}{2(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^2} , \end{aligned} \quad (3.23)$$

где $A = \frac{\bar{e}^3 N_0}{m^2 \omega_0^4} = \frac{\bar{e}}{m \omega_0^2} \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}$, а $O(\mathcal{M}_0^2)$ — члены разложения порядка $\mathcal{M}_0^2$.

Не приводя полных выражений для $\sigma_{2\omega_0}^{(1)}$ и $p_{2\omega_0}^{(1)}$, отметим, что в них есть пропорциональные $\cos \tilde{\theta} = \sin \theta \sin \phi$ ¹ слагаемые $\bar{\sigma}_{2\omega_0}^{(1)} \cos \tilde{\theta}$ и $\bar{p}_{2\omega_0}^{(1)} \cos \tilde{\theta}$ со значениями:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{2\omega_0}^{(1)} &= iAE_0^2 \frac{3(3\varepsilon_p(\omega_0) + 2)}{4a(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)(2\varepsilon_p(\omega_0) + 3)}, \\ \bar{p}_{2\omega_0}^{(1)} &= i\beta_{\omega_0}AE_0^2 \frac{5}{2(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)(2\varepsilon_p(\omega_0) + 3)}.\end{aligned}\quad (3.24)$$

Аналогично тому, как это было сделано в (n. 3.1.2), представим поле $\mathbf{E}_{2\omega_0}$ в окрестности наночастицы и внутри неё асимптотическим рядом по параметру $\mathcal{M}(2\omega_0) = 2\mathcal{M}_0$:

$$\mathbf{E}_{2\omega_0} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_{2\omega_0}^{(0)} + 2\mathcal{M}_0\boldsymbol{\mathcal{E}}_{2\omega_0}^{(1)} + \dots, \quad (3.25)$$

в котором два первых слагаемых соответственно равны

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mathcal{E}}_{2\omega_0}^{(0)} &= -\nabla\Phi_{2\omega_0}^{(0)}, \\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{2\omega_0}^{(1)} &= -\nabla\Phi_{2\omega_0}^{(1)},\end{aligned}\quad (3.26)$$

а потенциальные функции $\Phi_{2\omega_0}^{(0,1)}$ с учётом того, что $\rho_{2\omega_0}^{NL}(r < a) = O(\mathcal{M}_0^2)$, являются решениями уравнения Лапласа

$$\Delta\Phi_{2\omega_0}^{(0,1)} = 0 \quad (r < a, r > a). \quad (3.27)$$

На границе $r = a$ нормальные составляющие векторов $\varepsilon(\mathbf{r}, 2\omega_0)\nabla\Phi_{2\omega_0}^{(0,1)}$ и потенциалы $\Phi_{2\omega_0}^{(0,1)}$ терпят скачки, обусловленные поверхностным зарядом с плотностью $\sigma_{2\omega_0}^{(0,1)}$ и дипольным слоем с мощностью $p_{2\omega_0}^{(0,1)}$.

Удовлетворяя этим граничным условиям и раскладывая $\Phi_{2\omega_0}^{(0,1)}(\mathbf{r})$ по сферическим гармоникам, получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}\Phi_{2\omega_0}^{(0)} &= (3\cos^2\theta - 1)Q_{2\omega_0}^{(0)} \begin{cases} \frac{1}{r^3}, & r > a \\ \frac{-3(1 + \beta_{\omega_0})r^2}{(2\beta_{\omega_0}\varepsilon_p(2\omega_0) - 3)a^5}, & r < a \end{cases}, \\ \bar{\Phi}_{2\omega_0}^{(1)} &= \cos\tilde{\theta}\mathcal{P}_{2\omega_0}^{(1)} \begin{cases} \frac{1}{r^2}, & r > a \\ \frac{(9\varepsilon_p(\omega_0) + 6 - 20\beta_{\omega_0})r}{(10\beta_{\omega_0}\varepsilon_p(2\omega_0) + 6 + 9\varepsilon_p(\omega_0))a^3}, & r < a \end{cases},\end{aligned}\quad (3.28)$$

¹ $\tilde{\theta}$ – угол между направлением на точку наблюдения из центра частицы и осью y

где

$$\begin{aligned} Q_{2\omega_0}^{(0)} &= -\pi A a^3 E_0^2 \frac{6(2\beta_{\omega_0}\varepsilon_p(2\omega_0) - 3)}{(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^2(2\varepsilon_p(2\omega_0) + 3)}, \\ \mathcal{P}_{2\omega_0}^{(1)} &= i\pi A a^2 E_0^2 \frac{(10\beta_{\omega_0}\varepsilon_p(2\omega_0) + 6 + 9\varepsilon_p(\omega_0))}{(2\varepsilon_p(\omega_0) + 3)(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)(\varepsilon_p(2\omega_0) + 2)}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

и $\bar{\Phi}_{2\omega_0}^{(1)}$ — низшая сферическая гармоника в разложении $\Phi_{2\omega_0}^{(1)}(\mathbf{r})$.

Согласно (3.28) потенциальные функции $\Phi_{2\omega_0}^{(0)}$ и $\Phi_{2\omega_0}^{(1)}$ при $r > a$ совпадают с потенциалами симметричного относительно оси z квадрупольного с диагональным тензором квадрупольного момента

$$\hat{Q}_{2\omega_0} = Q_{2\omega_0}^{(0)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

и диполя с направленным вдоль волнового вектора падающей волны дипольным моментом

$$\mathcal{P}_{2\omega_0} = \mathcal{P}_{2\omega_0} \mathbf{y}_0, \quad \mathcal{P}_{2\omega_0} = \mathcal{M}_0 \mathcal{P}_{2\omega_0}^{(1)}. \quad (3.31)$$

Интенсивности (мощности) излучения квадрупольного $\hat{Q}_{2\omega_0}$ и дипольного $\mathcal{P}_{2\omega_0}$ имеют одинаковый по малому параметру $\mathcal{M}_0$ порядок малости и соответственно равны [144]:

$$\begin{aligned} I_{\text{quad}} &= \frac{ck^6}{60} |Q_{2\omega_0}^{(0)}|^2, \\ I_{\text{dip}} &= \frac{ck^4}{3} |\mathcal{P}_{2\omega_0}|^2 = \frac{ck^6}{3} a^2 |\mathcal{P}_{2\omega_0}^{(1)}|^2. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Диаграмма направленности квадрупольного (см. рисунок 3.3б) симметрична относительно оси z , вдоль которой ориентировано электрическое поле в падающей волне, и имеет максимумы при $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$. Дипольное же излучение (см. рисунок 3.3а) симметрично относительно волнового вектора падающей волны, то есть оси y , и максимально в плоскости $y = 0$.

При выводе формул (3.30) – (3.32), описывающих излучение наночастицы на второй гармонике, для металла использовалась модель свободных электронов. Однако она имеет ограниченную область применимости. Когда на частоте ω несущественны межзонные переходы (это условие выполняется для золота

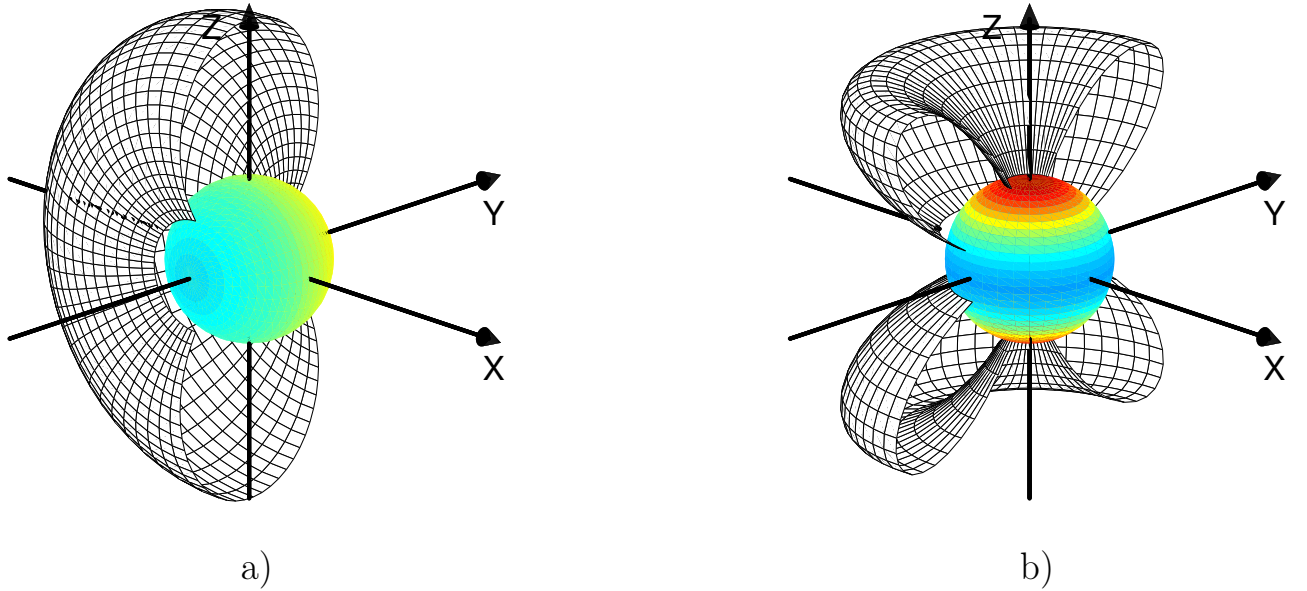


Рис. 3.3. Диаграммы направленности и распределение поверхностного заряда дипольного (a) и квадрупольного (b) источников излучения второй гармоники ($2\omega_0$) при рассеянии линейно поляризованной электромагнитной волны на металлическом наночастице.

при $\hbar\omega \lesssim 2$ эВ, а для серебра при $\hbar\omega \lesssim 4$ эВ), диэлектрическая проницаемость металла в линейном приближении хорошо описывается аппроксимационной формулой [145, 146]:

$$\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu)}, \quad (3.33)$$

где постоянная ε_∞ учитывает вклад связанных электронов, ν — частота соударений электронов проводимости (например, для золота $\varepsilon_\infty = 9.84$, $\omega_p = 2\pi \cdot 1.36 \cdot 10^{16}$ рад с⁻¹, $\nu = 2\pi \cdot 10^{14}$ рад с⁻¹ [145, 146], для серебра $\varepsilon_\infty = 4.45$, $\omega_p = 2\pi \cdot 1.38 \cdot 10^{16}$ рад с⁻¹, $\nu = 2\pi \cdot 2.9 \cdot 10^{13}$ рад с⁻¹ [25]).

Если в полученных выше соотношениях заменить $\varepsilon_p(\omega)$ на выражение (3.33), то это позволит учесть диссипативные потери в металлической наночастице и точнее описать ее электродинамические свойства. При проведении численных расчётов будем использовать для $\varepsilon_p(\omega)$ представление (3.33), а частотный диапазон, попадающий в область межзонных переходов, будем описывать результатами экспериментальных измерений реальной и мнимой частей диэлектрической проницаемости металлов ($\text{Re } \varepsilon_p$ и $\text{Im } \varepsilon_p$) при различных частотах ω (см., например, [33]).

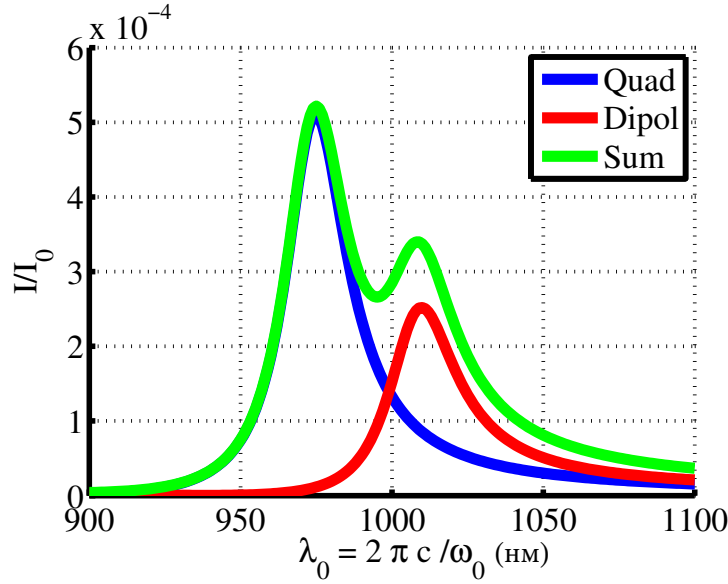


Рис. 3.4. Нормированные интенсивности дипольного I_{dip} , квадрупольного I_{quad} и суммарного $I_{\text{sum}} = I_{\text{dip}} + I_{\text{quad}}$ источников излучения на второй гармонике. Параметр нормировки $I_0 = \frac{c}{8\pi}|E_0|^2\pi a^2$.

На рисунке 3.4, используя аппроксимацию (3.33), построены графики функций $I_{\text{dip}}(\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0)$ и $I_{\text{quad}}(\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0)$ для случая золотой наночастицы радиусом $a = 25$ нм. На них в представленной частотной области есть высокодобротные резонансы на частотах ω_0 , когда $\text{Re } \varepsilon_p(2\omega_0) = -2$ и $\text{Re } \varepsilon_p(2\omega_0) = -3/2$.

Следует отметить, что у наночастиц вытянутой (в направлении волнового вектора падающей волны) формы резонанс генерации второй гармоники можно сместить в инфракрасный диапазон, где аппроксимация (3.33) как на первой, так и на второй гармонике хорошо работает, что позволяет существенно повысить его добротность и тем самым увеличить интенсивность нелинейного рассеяния [25].

3.1.4. Эффект самовоздействия

Нелинейность уравнений (3.1)–(3.4), (3.7), (3.8), описывающих электродинамические свойства наночастицы, ответственна и за эффекты высших порядков. Так, в третьем порядке малости по амплитуде падающего поля E_0

возбуждается третья гармоника $\mathbf{E}_{3\omega_0}$ и появляется нелинейная поправка к наведённому на основной частоте ω_0 дипольному моменту $\mathcal{P}_{\omega_0}^{NL} = \mathbf{z}_0 \mathcal{P}_{\omega_0}^{NL}$. Для нахождения $\mathbf{E}_{3\omega_0}$ и $\mathcal{P}_{\omega_0}^{NL}$ необходимо подставить в соотношения (3.4), (3.7), (3.8) напряжённость электрического поля $\mathbf{E}$ в виде разложения по гармоникам основной частоты: $\mathbf{E} = (\mathbf{E}_{\omega_0} + \mathbf{E}_{\omega_0}^{NL}) + \mathbf{E}_{2\omega_0} + \mathbf{E}_{3\omega_0} + \dots$, сгруппировать члены, пропорциональные одинаковым степеням E_0 , и приравнять нулю полученные соотношения.

Проанализируем нелинейную (кубичную по E_0) поправку $\mathbf{E}_{\omega_0}^{NL}$ к полю рассеяния на основной частоте ω_0 или, другими словами, эффект самовоздействия. Отметим, что эффект возрастания абсолютного значения нелинейной поправки к показателю преломления наблюдался в экспериментах [147, 148] со средами, в которых с помощью фотохимических процессов создавались в диэлектрической матрице золотые наночастицы.

Проводя стандартные математические выкладки, во многом аналогичные проделанным в предыдущем пункте 3.1.3 при исследовании генерации второй гармоники, можно показать, что на малых по сравнению с длиной падающей волны λ_0 расстояниях от наночастицы и внутри неё поле $\mathbf{E}_{\omega_0}^{NL}$ с точностью до слагаемых порядка $\mathcal{M}_0$ является потенциальным:

$$\mathbf{E}_{\omega_0}^{NL}(r \ll \lambda_0) = -\nabla \Phi_{\omega_0}^{NL} + O(\mathcal{M}_0), \quad (3.34)$$

причём потенциал $\Phi_{\omega_0}^{NL}(\mathbf{r})$ удовлетворяет при $r < a$ и $r > a$ уравнению Лапласа:

$$\Delta \Phi_{\omega_0}^{NL} = 0 \quad (r < a, r > a), \quad (3.35)$$

а на поверхности металла потенциал $\Phi_{\omega_0}^{NL}$ и его производная по нормали $\frac{\partial \Phi_{\omega_0}^{NL}}{\partial r}$ терпят скачки, обусловленные наличием дипольного слоя с мощностью $\mathcal{P}_{\omega_0}^{NL} = p_{\omega_0}^{NL} \cos \theta |E_0|^2 E_0$ и поверхностным зарядом с плотностью $\sigma_{\omega_0}^{NL} = \varsigma_{\omega_0}^{NL} \cos \theta |E_0|^2 E_0$, где коэффициенты $p_{\omega_0}^{NL}$ и $\varsigma_{\omega_0}^{NL}$ соответственно равны:

$$\begin{aligned}
p_{\omega_0}^{NL} &= \frac{9}{8\pi a} \left(\frac{\bar{e}\omega_p}{m\omega_0^3} \right)^2 \times \\
&\times \left(\frac{4\beta_{\omega_0}\varepsilon_p(2\omega_0) - 69\beta_{\omega_0} - 30\beta_{\omega_0}^2(1 - \varepsilon_p(\omega_0))}{(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^3(2\varepsilon_p(2\omega_0) + 3)} + \right. \\
&+ \left. \frac{\frac{15}{4}\beta_{2\omega_0}(1 + \beta_{\omega_0})(1 - \varepsilon_p(\omega_0))}{(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^3(2\varepsilon_p(2\omega_0) + 3)} \right), \\
\varsigma_{\omega_0}^{NL} &= -\frac{27}{8\pi a^2} \left(\frac{\bar{e}\omega_p}{m\omega_0^3} \right)^2 \times \\
&\times \frac{5 + (1 + \beta_{\omega_0})(1 - \varepsilon_p(\omega_0)) + 2\beta_{\omega_0}(1 - \varepsilon_p(2\omega_0))}{(\varepsilon_p(\omega_0) + 2)^3(2\varepsilon_p(2\omega_0) + 3)}.
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Выражение для $p_{\omega_0}^{NL}$ получено в тех же предположениях, что и формула (3.22), то есть с помощью замены:

$$\begin{aligned}
&\int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} (\rho_{2\omega_0} \mathbf{V}_{\omega_0}^* + \mathbf{V}_{2\omega_0} \rho_{\omega_0}^*) \mathbf{n}_0 d\eta = \beta_{\omega_0}^* \sigma_{2\omega_0} \mathbf{n}_0 \mathbf{V}_{\omega_0}^* \left(\eta = -\frac{\delta}{2} \right) + \\
&+ \beta_{2\omega_0} \sigma_{\omega_0}^* \mathbf{n}_0 \mathbf{V}_{2\omega_0} \left(\eta = -\frac{\delta}{2} \right),
\end{aligned} \tag{3.37}$$

где $\beta_{\omega} = \frac{1}{2}(1 + \varepsilon_p(\omega))$.

Решение $\Phi_{\omega_0}^{NL}(\mathbf{r})$ сформулированной выше квазистатической задачи имеет следующий вид:

$$\Phi_{\omega_0}^{(0)} = P_{\omega_0}^{NL} \cos \theta \begin{cases} \frac{\varsigma_{\omega_0}^{NL} a - 2p_{\omega_0}^{NL}}{\varsigma_{\omega_0}^{NL} + \varepsilon_p(\omega_0)p_{\omega_0}^{NL}} \cdot \frac{r}{a^3}, & |\mathbf{r}| < a \\ \frac{1}{r^2}, & |\mathbf{r}| > a \end{cases}, \tag{3.38}$$

где

$$P_{\omega_0}^{NL} = \chi_{\omega_0}^{NL} |E_0|^2 E_0,$$

$$\chi_{\omega_0}^{NL} = 4\pi a^2 \frac{\varsigma_{\omega_0}^{NL} a + \varepsilon_p(\omega_0)p_{\omega_0}^{NL}}{\varepsilon_p(\omega_0) + 2}. \tag{3.39}$$

Согласно (3.38), у поля наночастицы на основной частоте ω_0 появляется нелинейная поправка к дипольному моменту: $\mathbf{P}_{\omega_0}^{NL} = \mathbf{z}_0 P_{\omega_0}^{NL}$, наличие которой позволяет, в частности, объяснить зарегистрированное в ряде экспериментов

появление практически безынерционной нелинейной добавки к показателю преломления диэлектрических материалов, содержащих золотые наночастицы [147, 148].

Пусть имеется ансамбль слабозаимодействующих между собой металлических наночастиц с концентрацией n_m , и расстояние между ними существенно меньше длины волны $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$:

$$n_m \lambda_0^3 \gg 1. \quad (3.40)$$

Тогда можно ввести понятие эффективной диэлектрической проницаемости и определить ее нелинейную часть как $\Delta\varepsilon_{\omega_0}^{NL} = \gamma^{NL}|E_0|^2$, где $\gamma^{NL} = 4\pi n_m \chi_{\omega_0}^{NL}$. Если зафиксировать общую массу металла в единице объёма вещества, то γ^{NL} с уменьшением радиуса наночастиц a будет нарастать пропорционально a^{-2} .

В случае когда $\left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2 \gg 1$ (для золота и серебра это неравенство выполняется уже в ближнем инфракрасном диапазоне), с помощью формул (3.36), (3.39) можно получить следующее приближенное выражение для γ^{NL} :

$$\gamma^{NL} \approx -60\pi \left(\frac{\bar{\epsilon}}{m\omega_0^2}\right)^2 n_m a. \quad (3.41)$$

Согласно (3.41), для золотых наночастиц радиусом $a = 5$ нм с концентрацией $n_m = 10^{17}$ см⁻³, заполняющих всего лишь 6 % объёма диэлектрика, в инфракрасном диапазоне длин волн (1550 — 1600 нм) параметр нелинейности $\gamma^{NL} = -2 \cdot 10^{-14}$ см²·Вт⁻¹, что в 25 раз больше нелинейности кварца.

3.2. Нелинейно-оптическое взаимодействие

металлических наночастиц и иглы атомно-силового микроскопа (АСМ) при облучении фемтосекундными лазерными импульсами.

Одним из перспективных направлений практического применения нелинейно-оптических эффектов при сканировании образцов иглой атомно-силового микроскопа (АСМ) является диагностика поверхности (шероховатостей) и определение размеров и формы нанообъектов. В отличие от линейного рассеяния, учёт нелинейных эффектов позволяет получить дополнительную информацию о форме и ориентации объектов с геометрическими параметрами меньше чем характерные размеры сканирующей иглы.

3.2.1. Эксперимент по нелинейно-оптической диагностике золотых наночастиц

Приведём описание экспериментальных результатов, полученных в работах [110, 124–126]. Схема установки показана на рисунке 3.5. Излучение Ti:Sa лазера с длиной волны 800 нм и длительностью импульсов 50 фс отражалось от делительной пластинки и фокусировалось иммерсионным микроскопическим объективом снизу на верхнюю поверхность покровного стекла. Оптический сигнал от образцов и иглы атомно-силового микроскопа собирался тем же объективом, мог подаваться на вход монохроматора для спектральных измерений; проходил через фильтры, отсекающие излучение основной частоты Ti:Sa лазера и рассеянное излучение вспомогательного лазера, который использовался в оптической системе регистрации отклонений кантилевера в АСМ. Принимаемый сигнал попадал на систему счета фотонов. Приёмная система позволяла регистрировать спектральный диапазон 350 – 630 нм. Часть сигнала, отражённая от плоскопараллельной пластинки, попадала на CCD ка-

меру, служащую для совмещения оптического пучка и кончика иглы АСМ. Поверхность покровного стекла с нанесёнными на него образцами сканировалась иглой АСМ. В эксперименте применялись кремниевые иглы, покрытые золотом. Радиус кривизны острия зондов составлял порядка 35 нм. Само стекло с образцами закреплялось на подвижной пьезоплатформе, позволяющей осуществить двумерное прецизионное сканирование образца в пределах 13×13 мкм.

Последовательность проведения экспериментов была следующей. Вначале перемещением кантилевера над поверхностью покровного стекла по изображению на CCD камере кончик иглы АСМ устанавливался на расстоянии нескольких микрон от центра фокального пятна. Затем, перемещением покровного стекла с помощью пьезоплатформы, наночастицы золота помещались в фокус облучающего пучка. Для этого образец сканировался по координатам X и Y с одновременной регистрацией величины сигнала с выхода счётчика фотонов. В итоге получалось двумерное пространственное распределение фотolumинесценции поверхности покровного стекла с золотыми наночастицами, возбуждаемыми двухфотонным поглощением. Образцы фиксировались в положении, которое соответствовало пику сигнала фотolumинесценции, коррелирующим с попаданием золотых наночастиц в область максимального светового поля. Далее в контактном двухпроходном режиме проводилось сканирование уже неподвижной поверхности покровного стекла в пределах фокального пятна с помощью перемещения иглы АСМ. При первом проходе снималась топография рельефа поверхности, а при втором — записывалась в каждом положении зонда величина сигнала со счётчика фотонов. Это позволяло получить двумерное распределение фотolumинесценции при различных взаимных расположениях иглы АСМ и золотых наночастиц в фокусе пучка.

На рисунке 3.6а представлена топографическая картина части поверхности покровного стекла с нанесёнными на него золотыми наночастицами. Характерные поперечные размеры наноструктур составляют от 70 до 150 нм,

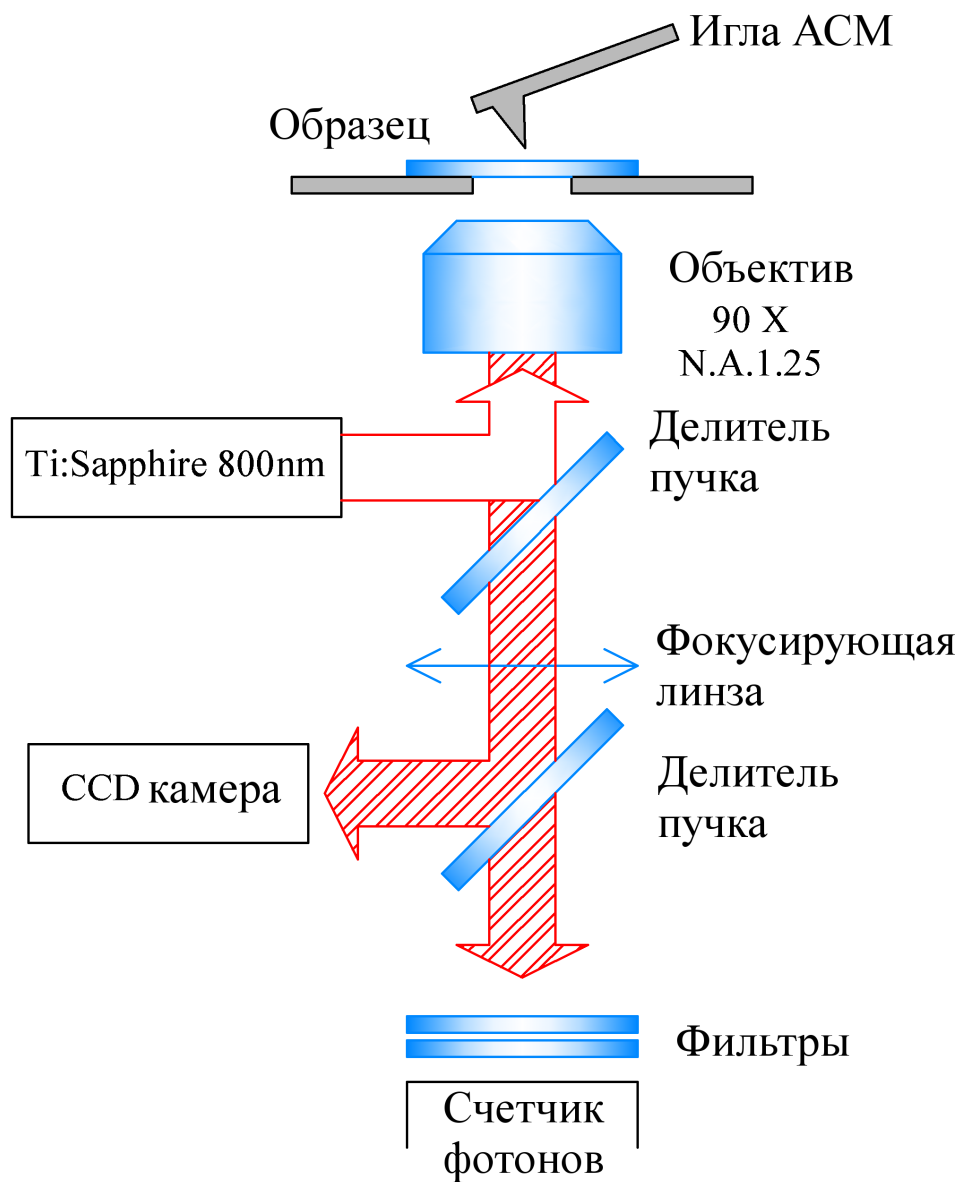


Рис. 3.5. Схема экспериментальной установки для исследования нелинейно-оптического взаимодействия наночастиц золота и иглы атомно-силового микроскопа.

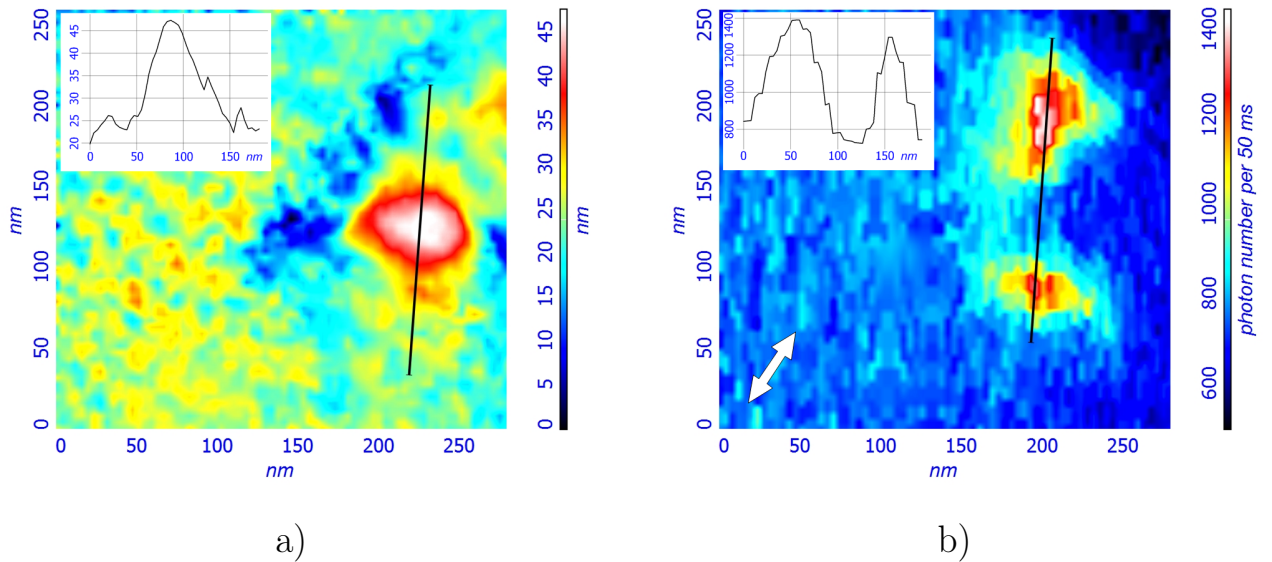


Рис. 3.6. Топографическая карта поверхности образца (а). Пространственное распределение фотолюминесценции при различных взаимных расположениях иглы АСМ и золотой наночастицы в фокусе фемтосекундного пучка (б). Белой стрелкой показана поляризация пучка. Вставками показаны сечения вдоль линий, отмеченных на изображениях.

а высота достигает 35 нм. На рисунке 3.6b приведено распределение фотолюминесценции, возбуждаемое двухфотонным поглощением. На нем хорошо различимы яркие области вблизи золотых наночастиц, связанные с наличием квазистатического усиления падающего на иглу и частицу светового поля. Характерный размер областей составил 30 нм, что совпадает с радиусом кривизны острия. При дальнейшем удалении кончика иглы от наночастиц интенсивность фотолюминесценции спадает (сначала очень резко, а затем плавно вплоть до выхода зонда из фокуса пучка ~ 400 нм) до некоторого фоновому уровня.

3.2.2. Численное моделирование нелинейно-оптического взаимодействия наночастицы и иглы АСМ

Как видно из рисунка 3.6, структура полученной в эксперименте карты нелинейной люминесценции существенно отличается от обычной топографии поверхности образца. Так, на пространственном распределении нелинейной люминесценции отчётливо видны дополнительные маркеры (две яркие обла-

сти сигнала вблизи краёв наночастицы), отсутствующие на картине топографии. Для объяснения результатов, полученных в эксперименте, были проведены численные расчёты ближнепольного взаимодействия золотой наночастицы и иглы АСМ в предположении, что генерируемый нелинейный отклик определяется двухфотонным поглощением фемтосекундного лазерного излучения и поэтому может быть описан интегралом по объёму наночастицы и иглы АСМ от квадрата интенсивности оптического излучения. Это предположение хорошо описывает ситуацию, если основной вклад в измеряемый нелинейный сигнал даёт люминесценция материала (золото), из которого состоят наночастица и игла АСМ. Таким образом, предполагается, что измеряемая в эксперименте интенсивность двухфотонной люминесценции I^{NL} рассматриваемой системы «наночастица — игла АСМ» определяется напряжённостью $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ электрического поля в металле и пропорциональна интегралу от модуля поля в четвёртой степени по объёмам частицы и иглы:

$$I^{NL} = \Lambda \cdot \iiint_{V_{\Sigma}} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^4 d\mathbf{r} = \Lambda \cdot \left(\iiint_{V_{np}} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^4 d\mathbf{r} + \iiint_{V_{tip}} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^4 d\mathbf{r} \right), \quad (3.42)$$

где V_{np} и V_{tip} — объёмы наночастицы и иглы АСМ, соответственно; Λ — коэффициент пропорциональности, зависящий от частоты падающего излучения и физических свойств люминесцирующего материала [149, 150].

Взаимное расположение наночастицы, иглы АСМ и вектора напряжённости электрического поля в падающей волне оказывают существенное влияние на поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и на интенсивность двухфотонной люминесценции I^{NL} , тем самым определяя наблюдаемые в эксперименте эффекты.

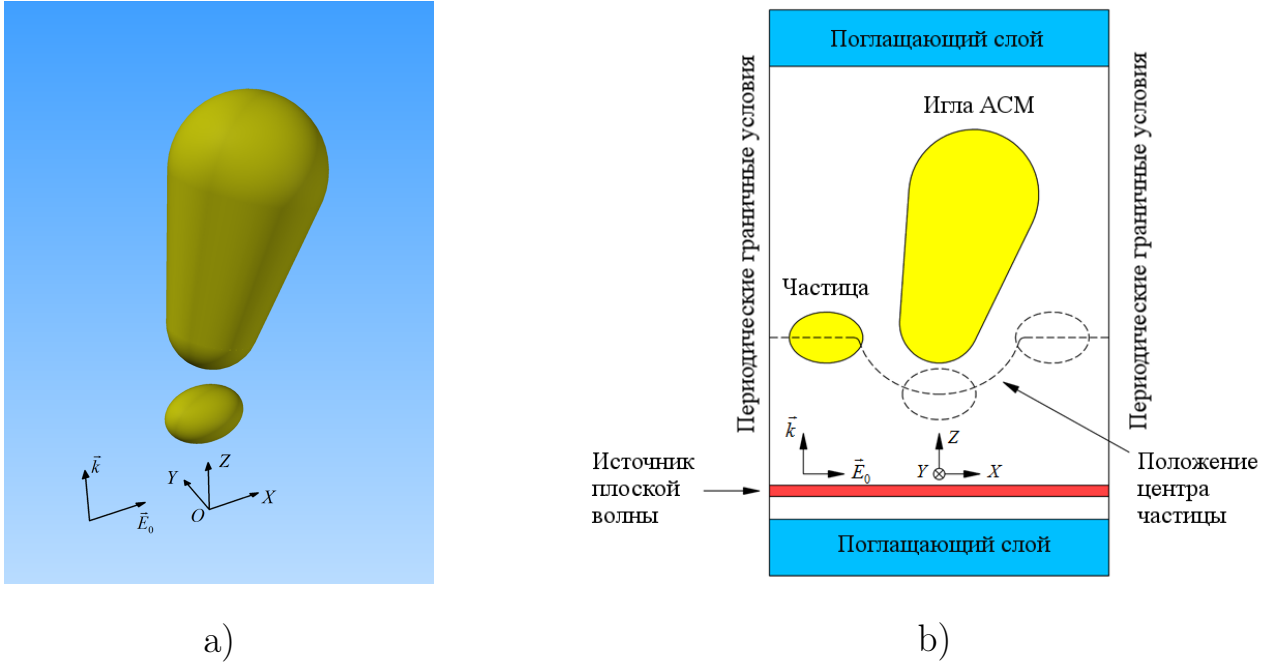


Рис. 3.7. Геометрия задачи численного моделирования распределения электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, создаваемого иглой АСМ и золотой наночастицей, облучаемых лазерным пучком. (а) Трёхмерное изображение зонда и наночастицы, (б) схема ячейки (вид в профиль) для численных расчётов.

Точное аналитическое решение задачи о дифракции электромагнитных волн на металлических объектах может быть найдено только для весьма ограниченного числа ситуаций². Поэтому в случае взаимодействия иглы АСМ с металлической наночастицей воспользуемся прямым численным интегрированием уравнений Максвелла, а именно, методом конечных разностей во временной области (FDTD).

Используя бесплатный пакет для FDTD моделирования МЕЕР [151, 152], были проведены численные расчёты распределений электрических полей $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и соответствующих им интенсивностей двухфотонной люминесценции I^{NL} для изображённой на рисунке 3.7 геометрии задачи, которая адекватно моделирует условия эксперимента.

Расчёты проводились в прямоугольной области с размерами по осям: x — 300 нм, y — 300 нм, z — 600 нм. В направлениях осей x и y на гра-

² Для разделения переменных в уравнениях Максвелла граница объекта должна совпадать с координатной поверхностью.

ницах были заданы периодические граничные условия. Вдоль оси z область ограничена абсолютно поглощающими слоями с толщиной 50 нм. Наночастица моделировалась эллипсоидом вращения с размерами $65 \times 45 \times 45$ нм, а игла АСМ — усечённым конусом со сферами в основаниях (сфера в нижнем основании моделирует закругление иглы, сфера в верхнем основании добавлена, чтобы избежать особенностей, связанных с резкими изломами поверхности). Материал наночастицы и иглы — золото. Диэлектрическая проницаемость золота ε_{Au} описывалась моделью Друде (3.33).

Изображённый на рисунке 3.7 зонд имел радиус закругления острия 35 нм и длину 190 нм. Зонд располагался в плоскости xz с наклоном от оси z в сторону оси x на угол 15° , что соответствовало экспериментальным условиям. Источник излучения (рисунок 3.7b) включался мгновенно и создавал бегущую вдоль оси z плоскую волну с напряжённостью электрического поля $\mathbf{E}_0$ и длиной волны $\lambda = 800$ нм. В основных расчётах использовалась равномерная пространственная сетка с шагом 2 нм³. Для увеличения точности вычислений использовалось субпиксельное сглаживание [154]. Чтобы избежать влияния переходных процессов, связанных с мгновенным включением поля и установлением распределений полей в системе «наночастица — игла АСМ», интегралы (3.42), характеризующие нелинейный отклик, вычислялись спустя 12.5 периодов поля от момента включения источника и усреднялись по одному периоду поля.

В численном моделировании процесса сканирования зонд был неподвижен, наночастица перемещалась в плоскости xy , а при приближении к зонду смещалась вниз по оси z таким образом, чтобы между ней и зондом сохранялся зазор в 5 нм (см. рисунок 3.7b).

³ Как показали расчёты, значения интегралов (3.42) перестают изменяться с точностью 1% при сетке 500 точек на 1 микрон (размер ячейки 2 нм), такой результат хорошо согласуется с другими работами по численному моделированию электродинамики металлических наночастиц, например [153].

По результатам численного моделирования были составлены двумерные карты, на которых изображены изменения интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} при сканировании иглой АСМ золотой наночастицы, расположенной на поверхности. Примеры таких карт показаны на рисунке 3.8 для различных поляризаций падающего излучения и при различных ориентациях наночастицы относительно этой поляризации. Цветовая шкала рисунков отображает логарифм интенсивности двухфотонной люминесценции $\log(I^{NL}/I_{\text{tip}}^{NL})$, нормированной на нелинейный отклик от зонда I_{tip}^{NL} , при поляризации поля $\mathbf{E}_0$, направленной вдоль оси y . Начало системы координат в плоскости xy соответствует центру наночастицы.

Как видно из рисунка 3.8, который представляет собой своеобразный базисный набор геометрий для рассматриваемой задачи, расположение максимумов интенсивности двухфотонной люминесценции системы «наночастица — игла АСМ», в первую очередь, определяется поляризацией падающего излучения. Они расположены по бокам от частицы и лежат на линии, параллельной вектору напряжённости электрического поля $\mathbf{E}_0$ в падающей волне. Причём, наиболее сильный сигнал наблюдается, когда частица ориентирована вдоль вектора $\mathbf{E}_0$. Напомним, что игла наклонена к оси z в положительном направлении оси x . С этим связана асимметрия относительно центра наночастицы в изображённых на рисунках 3.8a и 3.8c распределениях интенсивности двухфотонной люминесценции.

Рассчитанные карты двухфотонной люминесценции, изображённые на рисунке 3.8, качественно согласуются с результатами эксперимента. Так же как в эксперименте, сбоку от наночастицы наблюдаются яркие области двухфотонной люминесценции, связанные с усилением лазерного поля в зазоре между иглой и наночастицей. Когда кончик иглы АСМ находится над самой наночастицей или на расстоянии от неё, превышающем характерный масштаб острия зонда (радиус закругления), нелинейный отклик относительно небольшой. Это означает, что при таких взаимных положениях зонда и наночастицы

ближнепольное взаимодействие между ними мало.

Зависимость интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} от расстояния между наночастицей и иглой АСМ (для геометрии изображённой на рисунке 3.8а, игла приближается к наночастице справа вдоль оси X) приведена на рисунке 3.9. I^{NL} нормировалась на интенсивность люминесценции, получающейся при большом (30 нм) расстоянии между наночастицей и зондом. Расчёты проводились с шагом пространственной сетки 1 нм. Рисунок 3.9 демонстрирует сильную зависимость величины нелинейного отклика системы от расстояния между иглой и наночастицей. Такая зависимость подтверждает ближнепольную природу взаимодействия между иглой АСМ и наночастицей.

Как отмечалось, пространственные распределения двухфотонной люминесценции, полученные при сканировании иглой АСМ поверхности с золотыми наночастицами, существенно отличаются от топографии. Численное моделирование показывает, что структура карт двухфотонной люминесценции определяется формой и ориентацией наночастиц относительно поляризации падающего поля и зонда АСМ. Это означает, что пространственные распределения двухфотонной люминесценции содержат в себе дополнительную информацию о форме и ориентации наночастиц. Эту информацию можно извлечь путём сопоставления экспериментальных карт двухфотонной люминесценции с расчётными картами для базисного набора наночастиц различной формы и ориентации. Такая методика диагностики имеет высокую чувствительность, благодаря сильной зависимости интенсивности двухфотонной люминесценции от расстояния между наночастицей и иглой АСМ (рисунок 3.9). Численное моделирование показывает, что при приближении зонда к наночастице нелинейный отклик может возрасти почти на два порядка. Подобная методика особенно полезна в случаях, когда пространственного разрешения АСМ недостаточно, чтобы разрешить параметры наночастицы с требуемой точностью. В частности, из приведённого на рисунке 3.6а топографического изображения видно, что пространственного разрешения при сканировании топографии рельефа с

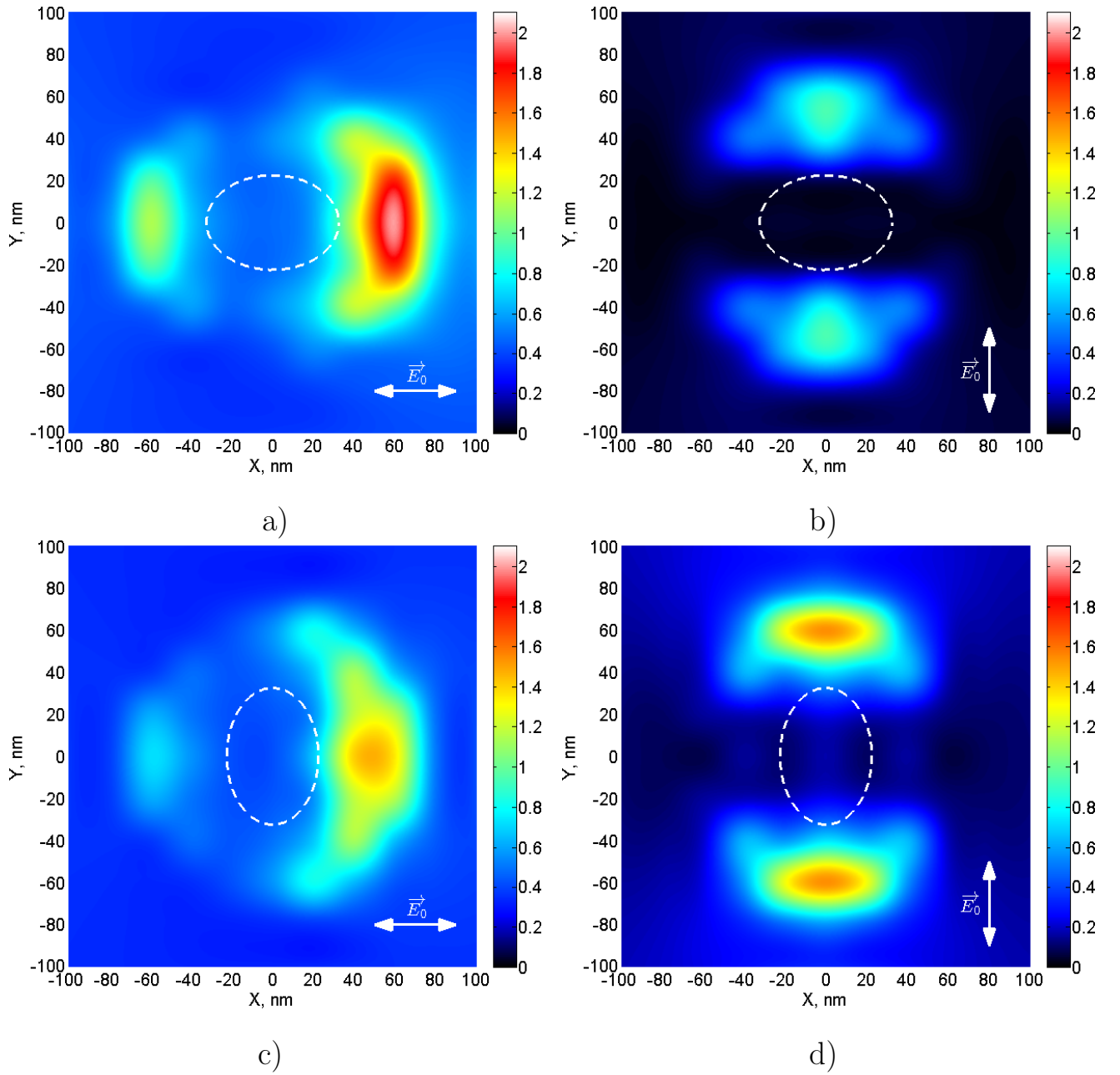


Рис. 3.8. Численно рассчитанные топографические карты интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} при сканировании золотой наночастицы иглой АСМ. Пунктирной линией обозначены контуры наночастицы, стрелочка указывает направление поляризации падающего поля $\vec{E}_0$.

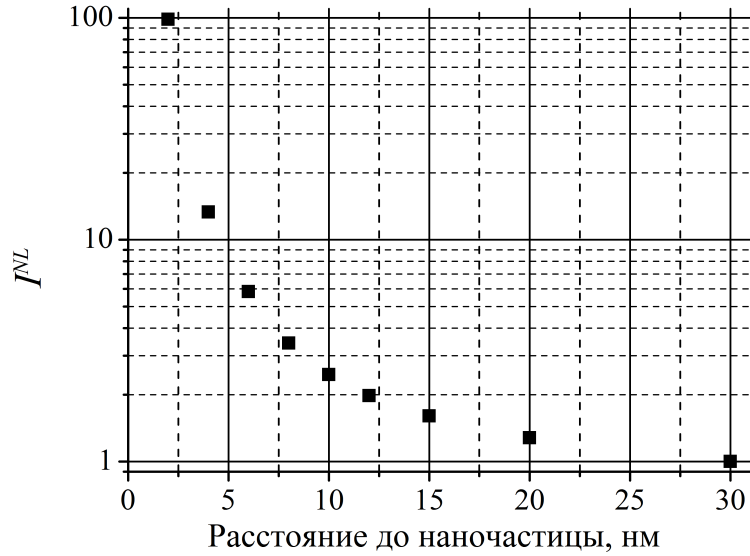


Рис. 3.9. Зависимость интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} от расстояния между золотой наночастицей и иглой АСМ.

помощью АСМ, работающего в обычном контактном режиме, явно недостаточно для получения хорошего изображения исследуемого объекта с размерами меньше или порядка радиуса закругления используемого зонда (35 нм). Однако, если сопоставить пространственное распределение двухфотонной люминесценции, полученное в эксперименте, с результатами численного моделирования, учитывающими ориентацию зонда относительно поляризации возбуждающего поля, то пространственное разрешение микроскопа удаётся улучшить.

Эффективность подобной методики диагностики демонстрируют рисунки 3.10а и 3.10b. На них приведены топографические карты интенсивности двухфотонной люминесценции в приближенной к эксперименту геометрии для наночастицы эллиптической формы (параметры расчётов такие же, как на рисунке 3.8, но вектор электрического поля $\mathbf{E}_0$ ориентирован под углом 30° к оси y). Сравнивая карты, изображённые на рисунках 3.10а и 3.10b, с результатами эксперимента (рисунок 3.6), можно сделать вывод, что исследуемая частица имеет характерные размеры и ориентацию по отношению к зонду АСМ, как в случае, изображённом на рисунке 3.10b.

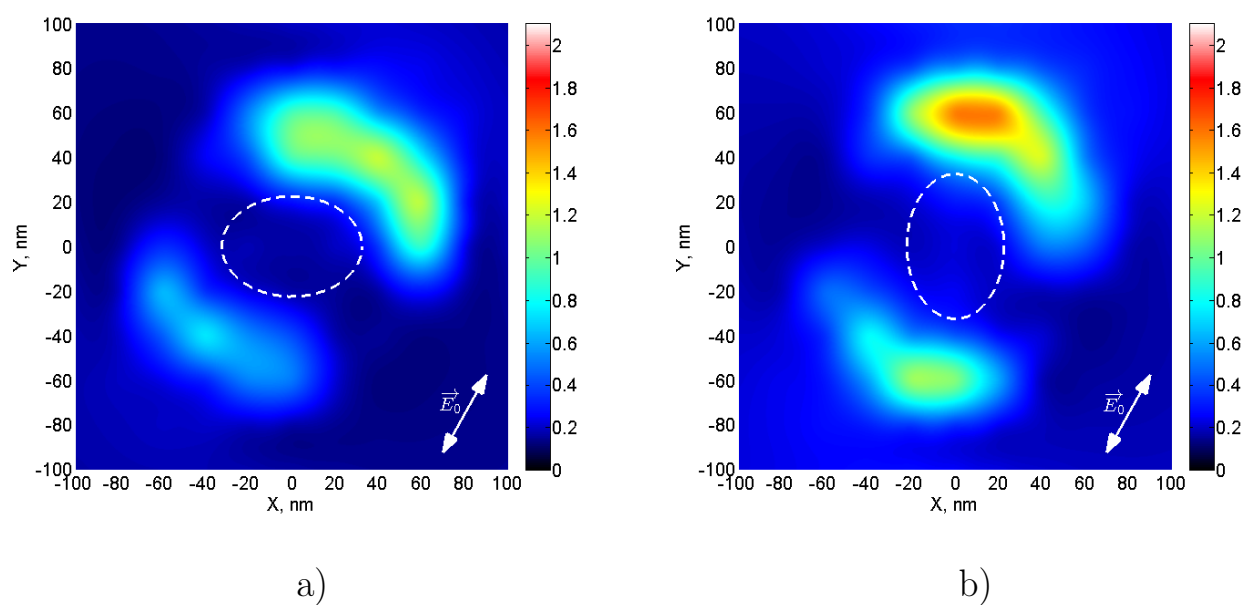


Рис. 3.10. Численно рассчитанные топографические карты интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} при сканировании золотой наночастицы иглой АСМ. Пунктирной линией обозначены контуры наночастицы, стрелочка указывает направление поляризации падающего поля $\mathbf{E}_0$, направленной под углом 30° к оси Y .

Заключение

Кратко сформулируем основные результаты, полученные в диссертации.

1. Изучены волноведущие свойства слоёв из анизотропных метаматериалов с отрицательными значениями компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей. Показано, что такие слои могут поддерживать прямые и обратные медленные электромагнитные волны ТЕ и ТМ типов.
2. Проанализированы дисперсионные и поляризационные характеристики электромагнитных мод металлических волноводов, частично заполненных метаматериалом. Показано, что, варьируя расстояния между металлическими стенками и слоем метаматериала, можно изменять замедление распространяющихся мод в широком диапазоне, а также трансформировать прямые волны в обратные, и наоборот.
3. Предложена методика расчёта дисперсионных и поляризационных характеристик мод, распространяющихся вдоль одномерных и двумерных периодических систем из взаимодействующих резонансных элементов, внедрённых в аксиально-симметричные и плоско-слоистые металл-диэлектрические структуры. Показано, что она позволяет устранить присущие рассматриваемой задаче вычислительные сингулярности. Метод апробирован на примере цепочек из резонансных диполей в круглых металлическом и диэлектрическом волноводах.
4. В рамках модели свободных электронов и феноменологического описания нелинейных электродинамических свойств поверхности металла проанализированы нелинейные эффекты, сопровождающие рассеяние лазерного излучения на металлической наночастице сферической формы. Получены аналитические выражения для дипольного и квадрупольного моментов, которыми характеризуется поле нелинейного рассеяния.

Объяснено экспериментально наблюдаемое появление большой безынерционной нелинейности в диэлектрических материалах, допированных золотыми наночастицами.

5. Численно промоделирована зависимость интенсивности двухфотонной люминесценции от взаимного расположения металлической наночастицы и иглы атомно-силового микроскопа при облучении их фемтосекундными лазерными импульсами. Показано, что измеренные в эксперименте карты двухфотонной люминесценции содержат дополнительную информацию о форме и ориентации наночастиц. Эту информацию можно извлечь путём сопоставления экспериментальных результатов с базисными картами двухфотонной люминесценции, рассчитанными для эталонных объектов.

Список литературы

1. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C. et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84, no. 18. P. 4184–4187.
2. Shelby R. A., Smith D. R., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial // *Appl. Phys. Lett.* 2001. Vol. 78, no. 4. P. 489–491.
3. Walser R. M. Electromagnetic metamaterials // *Proc. SPIE.* 2001. Vol. 4467. P. 1–15.
4. Boltasseva A., Shalaev V. M. Fabrication of optical negative-index metamaterials: Recent advances and outlook // *Metamaterials.* 2008. Vol. 2. P. 1–17.
5. Cai W., Shalaev V. *Optical metamaterials: Fundamentals and Applications.* Springer-Verlag, 2010.
6. Engheta N., Ziolkowski R. W. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations.* Wiley-IEEE Press, 2006.
7. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, no. 25. P. 4773.
8. Pendry J. B., Holden A. J., Robbins D. J., Stewart W. J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 1999. Vol. 47, no. 11. P. 2075–2084.
9. Zharov A. A., Shadrivov I. V., Kivshar Y. S. Nonlinear properties of left-handed metamaterials // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91, no. 3. P. 037401.
10. Shadrivov I. V., Kozyrev A. B., Weide D. W., Kivshar Y. S. Nonlinear magnetic metamaterials // *Opt. Express.* 2008. Vol. 16, no. 25. P. 20266–20271.
11. Kapitanova P. V., Maslovski S. I., Shadrivov I. V. et al. Controlling split-ring resonators with light // *Appl. Phys. L.* 2011. Vol. 99. P. 251914.
12. Kapitanova P. V., Slobozhnanyuk A. P., Shadrivov I. V. et al. Competing non-

- linearities with metamaterials // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 101. P. 231904.
13. Yen T. J., Padilla W. J., Fang N. et al. Terahertz Magnetic response from artificial material // Science. 2004. Vol. 303. P. 1494–1496.
 14. Moser H. O., Casse B. D. F., Wilhelmi O., Saw B. T. Terahertz response of a microfabricated rod-split-ring-resonator electromagnetic metamaterial // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 063901.
 15. Padilla W. J., Taylor A. J., Highstrete C. et al. Dynamical electric and magnetic metamaterial response at terahertz frequencies // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96. P. 107401.
 16. Chen H. T., O'Hara J. F., Taylor A. J., Averitt R. D. Complementary planar terahertz metamaterials // Opt. Express. 2007. Vol. 15, no. 3. P. 1084–1095.
 17. Chen H. T., Padilla W. J., Zide J. M. O. et al. Ultrafast optical switching of terahertz metamaterials fabricated on ErAs/GaAs nanoisland superlattices // Opt. Letters. 2007. Vol. 32, no. 12. P. 1620–1622.
 18. Pendry J. B., Schultz S., Smith D. R. Controlling electromagnetic fields // Science. 2006. Vol. 312. P. 1780–1782.
 19. Schurig D., Mock J. J., Justice B. J. et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies // Science. 2006. Vol. 314. P. 977–980.
 20. Shalaev V. Transforming light // Science. 2008. Vol. 322. P. 384–386.
 21. Zharova N. A., Shadrivov I. V., Zharov A. A., Kivshar Y. S. Nonlinear control of invisibility cloaking // Opt. Express. 2012. Vol. 20, no. 14. P. 14954–14959.
 22. Zharova N. A., Zharov A. A. Near-perfect nonmagnetic invisibility cloaking // Phys. Rev. A. 2013. Vol. 88, no. 5. P. 053818.
 23. Щелокова А. В., Мельчакова И. В., Слобожанюк А. П. и др. Экспериментальная реализация маскирующих покрытий // УФН. 2015. Т. 185, № 2. С. 182–206.
 24. Лагарьков А., Кисель В. Н., Семененко В. Н. Радиопоглощающие материалы на основе метаматериалов // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 10. С. 1119.

25. Климов В. В. Наноплазмоника. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
26. Brown F., Parks R. E., Sleeper A. M. Nonlinear optical reflection from a metallic boundary // Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 14, no. 25. P. 1029–1031.
27. Sipe J. E., Stegeman G. I. Surface Polaritons: Electromagnetic waves at surfaces and interfaces. Amsterdam: North-Holland, 1982.
28. Sipe J. E., So V. C. Y., Fukui M., Stegeman G. I. Analysis of second-harmonic generation at metal surfaces // Phys. Rev. B. 1980. Vol. 21, no. 10. P. 4389–4402.
29. Guyot-Sionnest P., Chen W., Shen Y. R. General considerations on optical second-harmonic generation from surfaces and interfaces // Phys. Rev. B. 1986. Vol. 33, no. 12. P. 8254–8263.
30. Kelly K. L., Coronado E., Zhao L. L., Schatz G. C. The optical properties of metal nanoparticles: the influence of size, shape, and dielectric environment // J. Phys. Chem. B. 2003. Vol. 107. P. 668–677.
31. Sosa I. O., Noguez C., Barrera R. Optical properties of metal nanoparticles with arbitrary shapes // J. Phys. Chem. B. 2003. Vol. 107. P. 6269–6275.
32. Eah S. K., Jaeger H. M., Scherer N. F. et al. Scattered light interference from a single metal nanoparticle and its mirror image // J. Phys. Chem. B. 2005. Vol. 109, no. 24. P. 11858–11861.
33. Rayford C. E., Schatz G., Shuford K. Optical properties of gold nanospheres // Nanoscale. 2005. Vol. 2, no. 1. P. 27–33.
34. Evanoff D. D., Chumanov G. Synthesis and optical properties of silver nanoparticles and arrays // Chem. Phys. Chem. 2005. Vol. 6. P. 1221–1231.
35. Rechberger W., Hohenau A., Leitner A. et al. Optical properties of two interacting gold nanoparticles // Opt. Commun. 2003. Vol. 220. P. 137–141.
36. Liu Z., Boltasseva A., Pedersen R. H. et al. Plasmonic nanoantenna arrays for the visible // Metamaterials. 2008. Vol. 2. P. 45–51.
37. Pileni M. P. Fabrication and physical properties of self-organized silver nanocrystals // Pure Appl. Chem. 2000. Vol. 72, no. 1-2. P. 53–65.

38. Malynych S., Robuck H., Chumanov G. Fabrication of two-dimensional assemblies of Ag nanoparticles and nanocavities in poly(dimethylsiloxane) resin // Nano Lett. 2001. Vol. 1, no. 11. P. 647–649.
39. Pinna N., Maillard M., Courty A. et al. Optical properties of silver nanocrystals self-organized in 2D superlattice: Substrate effect // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 66. P. 045415.
40. Enoch S., Quidant R., Bandens G. Optical sensing based on plasmon coupling in nanoparticle arrays // Opt. Express. 2004. Vol. 12, no. 15. P. 3422–3427.
41. Reyes-Esqueda J. A., Torres-Torres C., Cheang-Wong J. C. et al. Large optical birefringence by anisotropic silver nanocomposites // Opt. Express. 2008. Vol. 16, no. 2. P. 710–717.
42. Dadap J. I., Shan J., Eisenthal K. B., Heinz T. F. Second-harmonic rayleigh scattering from a sphere of centrosymmetric material // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83, no. 20. P. 4045–4048.
43. Makeev E. V., Skipetrov S. E. Second harmonic generation in suspensions of spherical particles // Opt. Commun. 2003. Vol. 224. P. 139–147.
44. Mochan W. L., Maytorena J. A., Mendoza B. S., Brudny V. L. Second-harmonic generation in arrays of spherical particles // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 68. P. 085318.
45. Valencia C. I., Mendez E. R., Mendoza B. S. Second-harmonic generation in the scattering of light by two-dimensional particles // J. Opt. Soc. Am. B. 2003. Vol. 20, no. 10. P. 2150–2161.
46. Dadap J. I., Shan J., Heinz T. F. Theory of optical second-harmonic generation from a sphere of centrosymmetric material: small-particle limit // J. Opt. Soc. Am. B. 2004. Vol. 21, no. 7. P. 1328–1347.
47. Dadap J. I. Optical second-harmonic scattering from cylindrical particles // Phys. Rev. B. 2008. Vol. 78. P. 205322.
48. Bachelier G., Russier-Antoine I., Benichou E. et al. Multipolar second-harmonic generation in noble metal nanoparticles // J. Opt. Soc. Am. B. 2008.

- Vol. 25, no. 6. P. 955–960.
49. Zeng Y., Hoyer W., Liu J. et al. Classical theory for second-harmonic generation from metallic nanoparticles // *Phys. Rev. B*. 2009. Vol. 79. P. 235109.
 50. Beer A. G. F. d., Roke S. Nonlinear Mie theory for second-harmonic and sum-frequency scattering // *Phys. Rev. B*. 2009. Vol. 79. P. 155420.
 51. Khlebtsov N. G., Dykman L. A. Optical properties and biomedical applications of plasmonic nanoparticles // *J. Quan. Spect. Rad. Tran.* 2010. Vol. 111. P. 1–35.
 52. Noginov M. A., Zhu G., Belgrave A. M. et al. Demonstration of a spaser-based nanolaser // *Nature*. 2009. Vol. 460. P. 1110–1113.
 53. Сарычев А. К., Шалаев В. М. Электродинамика метаматериалов. Москва: Научный мир, 2011.
 54. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. Москва: Сов.Радио, 1966.
 55. Силин Р. А. Периодические волноводы. Москва: ФАЗИС, 2002.
 56. Darmanyan S. A., Neviere M., Zakhidov A. A. Surface modes at the interface of conventional and left-handed media // *Opt. Commun.* 2003. Vol. 225. P. 233–240.
 57. Shadrivov I. V., Sukhorukov A. A., Kivshar Y. S. et al. Nonlinear surface waves in left-handed materials // *Phys. Rev. E*. 2004. Vol. 69. P. 016617.
 58. Jiang Y., Hou C., Sun X., Zhou Z. The coexistence of TE-TM surface waves in uniaxially anisotropic left-handed materials // *Opt. Commun.* 2007. Vol. 276. P. 196–199.
 59. Gao L., Huang Y., Tang C. Surface polaritons and transmission in multi-layer structures containing anisotropic left-handed materials // *Appl. Phys. A*. 2007. Vol. 87. P. 199–204.
 60. Shadrivov I. V., Sukhorukov A. A., Kivshar Y. S. Guided modes in negative-refractive-index waveguides // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 67. P. 057602.
 61. Shadrivov I. V., Ziolkowski R., Zharov A. A., Kivshar Y. S. Excitation of

- guided waves in layered structures with negative refraction // Opt. Express. 2005. Vol. 13, no. 2. P. 481–492.
62. Vukovic S. M., Aleksis N. B., Timotijevic D. V. Guided modes in left-handed waveguides // Opt. Commun. 2008. Vol. 281. P. 1500–1509.
 63. Liu S. H., Liang C. H., Ding W. et al. Electromagnetic wave propagation through a slab waveguide of uniaxially anisotropic dispersive metamaterial // PIER. 2007. Vol. 76. P. 467–475.
 64. Бутылкин В. С., Крафтмахер Г. А., Мальцев В. П. Поверхностные волны, направляемые пластиной из бианизотропного резонансного метаматериала // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54, № 10. С. 1184–1195.
 65. Ильин Н. В., Кондратьев И. Г., Смирнов А. И. Истинные поверхностные волны, направляемые метаматериалами // Изв. РАН. Серия физическая. 2008. Т. 72, № 1. С. 130–134.
 66. Ilin N. V., Smirnov A. I., Kondratiev I. G. Features of surface modes in metamaterial layers // Metamaterials. 2009. Vol. 3. P. 82–89.
 67. Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85, no. 18. P. 3966–3969.
 68. Lagarkov A. N., Kissel V. N. Near-perfect imaging in a focusing system based on a left-handed-material plate // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 92, no. 7. P. 077401.
 69. Лагарьков А. Н., Кисель В. Н. Качество фокусировки электромагнитного излучения плоскопараллельной пластиной из вещества с отрицательным коэффициентом преломления // Доклады Академии наук. 2004. Т. 394, № 1. С. 40–45.
 70. Белов П. А., Симовский К. Р., Иконен П. и др. Передача изображений с разрешением, много меньшим длины волны, в микроволновом, терагерцовом и оптическом диапазонах частот // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52, № 9. С. 1092–1107.
 71. Жаров А. А., Жарова Н. А., Носков Р. Е. О поверхностно-волновом меха-

- низме формирования субволновых изображений в плоской левосторонней суперлинзе // ЖЭТФ. 2009. Т. 139, № 5. С. 853–871.
72. Лагарьков А. Н., Сарычев А. К., Кисель В. Н., Тартаковский Г. Сверхразрешение и усиление в метаматериалах // УФН. 2009. Vol. 179, no. 9. P. 1018.
 73. Веселов Г. И., Раевский С. Б. Слоистые металло-диэлектрические волноводы. Москва: Радио и связь, 1988.
 74. Раевский А. С., Раевский С. Б. Комплексные волны. Москва: Радиотехника, 2010.
 75. Малахов В. А., Раевский А. С., Раевский С. Б. Присоединенные волны в слоистых цилиндрических системах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2010. Т. 13, № 3. С. 14–17.
 76. Раевский А. С., Раевский С. Б., Цинин О. Т. Комплексный резонанс в круглом двухслойном экранированном волноводе // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2002. Т. 5, № 2. С. 40.
 77. Noskov R. E., Belov P. A., Kivshar Y. S. Subwavelength plasmonic kinks in arrays of metallic nanoparticles // Opt. Express. 2012. Vol. 20, no. 3. P. 2733–2739.
 78. Noskov R. E., Belov P. A., Kivshar Y. S. Oscillons, solitons, and domain walls in arrays of nonlinear plasmonic nanoparticles // Scientific Reports. 2012. Vol. 2. P. 873.
 79. Бутылкин В. С., Крафтмахер Г. А. Гиганский невязимный эффект при взаимодействии ферромагнитного и кирального резонансов // Письма в ЖТФ. 2006. Vol. 32, no. 17. P. 88–94.
 80. Бутылкин В. С., Крафтмахер Г. А., Мальцев В. П. Невзаимность прохождения микроволн вдоль бианизотропно-ферритовой метаструктуры // Радиотехника и электроника. 2013. Vol. 58, no. 6. P. 600.
 81. Tretyakov S. A., Viitanen A. J. Line of periodically arranged passive dipole

- scatterers // Electrical Engineering. 2000. Vol. 82. P. 353–361.
82. Tretyakov S. A., Viitanen A. J., Maslovski S. I., Saarela I. E. Impedance boundary conditions for regular dense arrays of dipole scatterers // IEEE Trans. Antennas Propag. 2003. Vol. 51, no. 8. P. 2073–2078.
 83. Simovski C. R., Belov P. A. Low-frequency spatial dispersion in wire media // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 70. P. 046616.
 84. Weber W. H., Ford G. W. Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 70. P. 125429.
 85. Belov P. A., Simovski C. R. Homogenization of electromagnetic crystals formed by uniaxial resonant scatterers // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 72. P. 026615.
 86. Koenderink A. F., Polman A. Complex response and polariton-like dispersion splitting in periodic metal nanoparticle chains // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74. P. 033402.
 87. Belov P. A., Simovski C. R. Subwavelength metallic waveguides loaded by uniaxial resonant scatterers // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 72. P. 036618.
 88. Marques R., Martel J., Mesa F., Medina F. Left-handed-media simulation and transmission of EM waves in subwavelength split-ring-resonator-loaded metallic waveguides // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89, no. 18. P. 183901.
 89. Bozhevolnyi S. I., Beermann J., Coello V. Direct observation of localized second-harmonic enhancement in random metal nanostructures // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90, no. 19. P. 197403.
 90. Beermann J., Bozhevolnyi S. I. Microscopy of localized second-harmonic enhancement in random metal nanostructures // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 69. P. 155429.
 91. Hayakawa T., Usui Y., Bharathi S., Nogami M. Second harmonic generation from coupled surface-plasmon resonances in self-assembled gold-nanoparticle monolayers coated with an aminosilane // Adv. Mater. 2004. Vol. 16, no. 16.

- P. 1408–1411.
92. Zheludev N. I., Emelyanov V. I. Phase matched second harmonic generation from nanostructured metallic surfaces // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2004. Vol. 6. P. 26–28.
 93. Nappa J., Revillod G., Russier-Antoine I. et al. Electric dipole origin of second harmonic generation of small metallic particles // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71. P. 165407.
 94. Canfield B. K., Husu H., Laukkanen J. et al. Local field asymmetry drives second-harmonic generation in noncentrosymmetrical nanodimers // Nano Lett. 2007. Vol. 7, no. 5. P. 1251–1255.
 95. Zavelani-Rossi M., Celebrano M., Biagioni P. et al. Near-field second-harmonic generation in single gold nanoparticles // Appl. Phys. Lett. 2008. Vol. 92. P. 093119.
 96. Butet J., Duboisset J., Bachelier G. et al. Optical second harmonic generation of single metallic nanoparticles embedded in a homogeneous medium // Nano Lett. 2010. Vol. 10. P. 1717–1721.
 97. Wang J., Wang Q., Zhang M. Development and prospect of near-field optical measurements and characterizations // Front. Optoelectron. 2012. Vol. 5, no. 2. P. 171–181.
 98. Sun W. X., Shen Z. X. Near-Field scanning Raman microscopy using apertureless probes // J. Raman Spectrosc. 2003. Vol. 34. P. 668–676.
 99. Bouhelier A., Beversluis M. R., Novotny L. Applications of field-enhanced near-field optical microscopy // Ultramicroscopy. 2004. Vol. 100. P. 413–419.
 100. Sanchez E. J., Novotny L., Xie X. S. Near-Field Fluorescence Microscopy Based on Two-Photon Excitation with Metal Tips // Phys. Rev. L. 1999. Vol. 82, no. 20. P. 4014–4017.
 101. Hartschuh A., Beversluis M. R., Bouhelier A., Novotny L. Tip-enhanced optical spectroscopy // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 2004. Vol. 362. P. 807–819.
 102. Hartschuh A., Sanchez E. J., Xie X. S., Novotny L. High-Resolution Near-

- Field Raman Microscopy of Single-Walled Carbon Nanotubes // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 90, no. 9. P. 095503.
103. Hartschuh A., Anderson N., Novotny L. Near-field Raman spectroscopy using a sharp metal tip // *Journal of Microscopy.* 2003. Vol. 210. P. 234–240.
 104. Garcia-Etxarri A., Romero I., Garcia de Abajo F. J. et al. Influence of the tip in near-field imaging of nanoparticle plasmonic modes: Weak and strong coupling regimes // *Phys. Rev. B.* 2009. Vol. 79. P. 125439.
 105. Ocelic N., Huber A., Hillenbrand R. Pseudoheterodyne detection for background-free near-field spectroscopy // *Appl. Phys. Lett.* 2006. Vol. 89. P. 101124.
 106. Blaize S., Berenguier B., Stefanon B. et al. Phase sensitive optical near-field mapping using frequency-shifted laser optical feedback interferometry // *Opt. Express.* 2008. Vol. 16, no. 16. P. 11718–11726.
 107. Кондратьев И. Г., Смирнов А. И., Ильин Н. В. Поверхностные волны, направляемые магнитными метаматериалами // *Изв. ВУЗов. Радиофизика.* 2006. Т. XLIX, № 7. С. 618–625.
 108. Ilin N. V., Smirnov A. I., Kondratiev I. G. Metamaterial Layer in Rectangular Waveguide // *Physics of Wave Phenomena.* 2010. Vol. 18, no. 4. P. 277–283.
 109. Ильин Н. В., Смирнова Д. А., Смирнов А. И. Генерация второй гармоники при рассеянии лазерного излучения на металлической наночастице // *Вестник ННГУ. Радиофизика.* 2013. Т. 6. С. 74–80.
 110. Yashunin D. A., Ilin N. V., Stepanov A. N., Smirnov A. I. Two-photon luminescence imaging by scanning near-field optical microscopy for characterization of gold nanoparticles // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2014. Vol. 47. P. 305102.
 111. Ilin N. V., Kondratiev I. G., Sapogova N. V., Smirnov A. I. Light scattering on 2D nanostructured resonant gratings // *Proceeding of PIERS2006 in Cambridge.* 2006. P. 288–291.
 112. Ильин Н. В. Поверхностные волны, направляемые магнитными метаматериалами // *Труды 11-й Нижегородской сессии молодых ученых. Естествен-*

- ные дисциплины. 2006. С. 86–87.
113. Ilin N. V., Kondratiev I. G., Smirnov A. I. Electromagnetic Waves Guided by Magnetic Metastructures // Proceeding of PIERS2006 in Tokyo. 2006. P. 10.
 114. Ильин Н. В. Истинные поверхностные волны на границе метаматериалов // Труды 12-й Нижегородской сессии молодых ученых. Естественные дисциплины. 2007. С. 94–95.
 115. Ильин Н. В., Кондратьев И. Г., Смирнов А. И. Вырождение поверхностных волн на границе анизотропного метаматериала // Труды 11-й Научной конференции по радиофизике. 2007. С. 23–25.
 116. Ильин Н. В., Смирнов А. И., Кондратьев И. Г. Истинные поверхностные волны, направляемые метаматериалами // Труды 8-й Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах». 2007. С. 17–20.
 117. Ильин Н. В., Кондратьев И. Г., Смирнов А. И. Обратные волны, направляемые метаматериалами // Труды 17-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии». 2007. С. 531–532.
 118. Ильин Н. В. Роль квазистатических полей в формировании обратной волны в дискретных системах // Труды 13-й Нижегородской сессии молодых ученых. Естественные дисциплины. 2008. С. 13–14.
 119. Smirnov A. I., Ilin N. V., Kondratiev I. G. Guiding properties of metamaterials // Proceeding of 10th Anniversary International Conference on Transparent Optical Networks. 2008. P. 39–42.
 120. Ilin N. V., Kondratiev I. G., Smirnov A. I. Planar waveguiding systems based on resonant metamaterials // Proceeding of 7th International Workshop on Strong Microwaves: Sources and Applications. 2008. P. 550–554.
 121. Ильин Н. В., Смирнов А. И., Кондратьев И. Г. Влияние металлических стенок на дисперсию мод слоя из метаматериала в прямоугольном волноводе // Труды 11-й Всероссийской школы-семинара «Волновые явления

- в неоднородных средах». 2010. С. 42–44.
122. Ilin N. V., Kondratiev I. G., Smirnov A. I. Modes of a metallic waveguide with the metamaterial insertion // Proceeding of International Conference «Days on diffraction'2010». 2010. P. 108–109.
 123. Ильин Н. В., Смирнов А. И. Резонансные эффекты при генерации второй гармоники на металлических наночастицах // Труды XVI научной школы «Нелинейные волны-2012». 2012. С. 56.
 124. Ilin N. V., Smirnov A. I., Stepanov A. N., Yashunin D. A. Study of nonlinear optical properties of gold nanoparticles using atomic force microscopy and femtosecond laser radiation // Proceeding of the 15th International Conference «Laser Optics-2012». 2012. P. ThR6–44.
 125. Ильин Н. В., Смирнов А. И., Степанов А. Н., Яшунин Д. А. Исследование нелинейно-оптических свойств золотых наночастиц с помощью атомно-силовой микроскопии и фемтосекундного лазерного излучения // Труды XVII симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника». 2013. С. 259–260.
 126. Ilin N. V., Smirnov A. I., Stepanov A. N., Yashunin D. A. Atomic force microscopy and femtosecond laser radiation for studying nonlinear optical properties of gold nanoparticles // Proceeding of The International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO). 2013. P. IWB3.
 127. Smirnov A. I., Ilin N. V., Smirnova D. A. Self-action effects for the laser radiation scattered by metal nanoparticles // Proceeding of 15th Anniversary International Conference on Transparent Optical Networks. 2013. P. Tu.P.27.
 128. Ilin N. V., Yashunin D. A., Stepanov A. N., Smirnov A. I. Numerical calculation of nonlinear-optical interaction of gold nanoparticle and atomic force microscopy probe // Proceeding of 16th Anniversary International Conference on Transparent Optical Networks. 2014. P. We.P. 15.
 129. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // УФН. 1967. Т. 92, № 3. С. 517–526.
 130. Мальденштам Л. И. Полное собрание трудов. Москва: Изд-во АН СССР,

1950.

131. Агранович В. М., Гартштейн Ю. Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // УФН. 2006. Т. 176, № 10. С. 1051–1068.
132. Блюх К. Ю., Блюх Ю. П. Что такое левые среды и чем они интересны? // УФН. 2004. Т. 174, № 4. С. 439–447.
133. Жаров А. А., Кондратьев И. Г., Смирнов А. И. Особенности электродинамики мелкоструктурированных резонансных метаматериалов // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 10-11. С. 978–989.
134. Sihvola A. Metamaterials in electromagnetics // Metamaterials. 2007. Vol. 1. P. 2–11.
135. Oliner A. A., Tamir T. Backward waves on isotropic plasma slabs // J. Appl. Phys. 1962. Vol. 33. P. 231–233.
136. Симовский К. Р. О материальных параметрах метаматериалов // Оптика и спектроскопия. 2009. Т. 197, № 5. С. 766–793.
137. Ефимов С. П. Сжатие электромагнитных волн анизотропными средами (модель неотражающего кристалла) // Изв. ВУЗов: Радиофизика. 1978. Т. 21, № 9. С. 1318–1324.
138. Zharov A. A., Zharova N. A., Noskov R. E. et al. Birefringent left-handed metamaterials and perfect lenses for vectorial fields // New Journal of Physics. 2005. Vol. 7. P. 220.
139. Tamir T., Oliner A. A. The spectrum of electromagnetic waves guided by a plasma layer // Pros. IEEE. 1963. Vol. 51. P. 317–332.
140. Collin R. Field theory of guided waves. IEEE Press, Piscataway, NJ, 1990.
141. Agarwal G. S., Jha S. S. Theory of second harmonic generation at a metal surface with surface plasmon excitation // Solid State Comm. 1982. Vol. 41, no. 6. P. 499–501.
142. Ginzburg P., Krasavin A., Sonnerfeld Y. et al. Nonlinearly coupled localized plasmon resonances: Resonant second-harmonic generation // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 79. P. 155420.

143. Агранович В. М., Миллс Д. Л. Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела. Москва: Наука, 1985.
144. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. Москва: Наука, 1988.
145. Palik E. D. Handbook of optical constants of solids. Academic press, 1985.
146. Johnson P. B., Christy R. W. Optical constants of the noble metals // Phys. Rev. B. 1972. Vol. 6, no. 12. P. 4370–4379.
147. Afanasiev A. V., Aleksandrov A. P., Agareva N. A. et al. Ultraviolet-induced variation of the optical properties of dielectrics in the infrared region // J. Opt. Technol. 2011. Vol. 78, no. 8. P. 537–543.
148. Bityurin N., A. Alexandrov A., Afanasiev A. et al. Photoinduced nanocomposites — creation, modification, linear and nonlinear optical properties // Appl. Phys. A , DOI 10.1007/s00339-012-7213-y. 2012.
149. Schuck P. J., Fromm D., Sundaramurthy A. et al. Improving the Mismatch between Light and Nanoscale Objects with Gold Bowtie Nanoantennas // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 017402.
150. Boyd G. T., Yu Z. H., Shen Y. R. Photoinduced luminescence from the noble metals and its enhancement on roughened surfaces // Phys. Rev. B. 1986. Vol. 33, no. 12. P. 7923–7936.
151. Oskooi A. F., Roundy D., Ibanescu M. et al. Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method // Computer Physics Communications. 2010. Vol. 181. P. 687–702.
152. URL: <http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/Meep>.
153. Yamaguchi T., T. H. Optical near-field analysis of spherical metals: Application of the FDTD method combined with the ADE method // Opt. Express. 2007. Vol. 15, no. 18. P. 11481–11491.
154. Farjadpour A., Roundy D., Rodriguez A. et al. Improving accuracy by sub-pixel smoothing in the finite-difference time domain // Opt. Letters. 2006. Vol. 31, no. 20. P. 2972–2974.

Список иллюстративного материала

1.1	Дисперсионные характеристики поверхностных ТМ и ТЕ волн на границе раздела «метаматериал — вакуум». Пунктирные линии $\eta^2 = 0$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ — границы существования ИПВ.	30
1.2	Дисперсионные характеристики поверхностных ТМ (сплошные линии) и ТЕ (прерывистые линии) волн на границе раздела «метаматериал — вакуум» при различных параметрах ω_μ/ω_p	30
1.3	Дисперсионные характеристики поверхностных ТМ волн на границе раздела «анизотропный метаматериал — вакуум» при различных параметрах $\omega_{p\parallel}$. Пунктирные линии $\eta^2 = 0$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ — границы существования ИПВ.	32
1.4	Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$. Пунктирные линии $\eta^2 = 0$ и $\tilde{\eta}^2 = 0$ — границы существования ИПВ.	36
1.5	Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для асимметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$	37
1.6	Подробная частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для асимметричных ТМ мод слоя толщиной $k_p d = 0.8$	38
1.7	Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$	41
1.8	Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для асимметричных ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$	42
1.9	Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных (тонкие линии) и асимметричных (толстые линии) ТМ мод слоя из метаматериала при различных толщинах слоя $k_p d = \frac{\omega_p}{c} d$	43

- 1.10 Частотная зависимость $\gamma = h/k_0$ для симметричных (тонкие линии) и асимметричных (толстые линии) ТМ мод слоя из метаматериала для четырёх различных значений $\tilde{\omega}_p$ 44
- 1.11 Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для ТЕ мод при пяти различных параметрах d/a . Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ. . . 48
- 1.12 Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для ТМ мод при пяти различных параметрах d/a . Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ. . . 50
- 1.13 Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для гибридных мод при пяти различных параметрах d/b . Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ. 52
- 1.14 Частотные зависимости $\gamma = h/k_0$ для гибридных мод при пяти различных параметрах d/b ($d/a = 0.5$). Случаи: а) симметричная мода, прямая ИПВ; б) симметричная мода, обратная ИПВ; в) асимметричная мода, прямая ИПВ; г) асимметричная мода, обратная ИПВ. 54
- 2.1 Продольная цепочка из резонансных элементов. 57
- 2.2 Дисперсионные характеристики продольной цепочки из электрических (а) и магнитных (б) диполей. Точками показано решение, полученное методом разложения по гармоникам, линиями - решение путём прямого суммирования полей диполей. 61
- 2.3 Продольная цепочка диполей в круглом металлическом волноводе. 62

2.4	Дисперсионные характеристики продольной цепочки из электрических (а) и магнитных (b) диполей в круглом металлическом волноводе. Тонкой красной линией показана мода цепочки в свободном пространстве.	66
2.5	Дисперсионная характеристика продольной цепочки из электрических диполей в круглом диэлектрическом цилиндре. Тонкой красной линией показана мода цепочки в свободном пространстве, пунктиром - симметричная ТЕ мода диэлектрического волновода.	68
2.6	Прямоугольная решётка из продольных диполей.	69
2.7	Дисперсионная характеристика решётки из продольных электрических диполей. Точками показано решение, полученное методом разложения по гармоникам, линией — решение прямым суммированием полей диполей.	71
3.1	Схематическое изображение геометрии задачи о нелинейном рассеянии линейно поляризованного лазерного излучения на металлическом нанoshаре.	75
3.2	Диаграммы направленности и распределение поверхностного заряда дипольного (а) и квадрупольного (b) источников излучения основной гармоники (ω_0) при рассеянии линейно поляризованной электромагнитной волны на металлическом нанoshаре.	80
3.3	Диаграммы направленности и распределение поверхностного заряда дипольного (а) и квадрупольного (b) источников излучения второй гармоники ($2\omega_0$) при рассеянии линейно поляризованной электромагнитной волны на металлическом нанoshаре.	84
3.4	Нормированные интенсивности дипольного I_{dip} , квадрупольного I_{quad} и суммарного $I_{\text{sum}} = I_{\text{dip}} + I_{\text{quad}}$ источников излучения на второй гармонике. Параметр нормировки $I_0 = \frac{c}{8\pi} E_0 ^2\pi a^2$	85

3.5	Схема экспериментальной установки для исследования нелинейно-оптического взаимодействия наночастиц золота и иглы атомно-силового микроскопа.	91
3.6	Топографическая карта поверхности образца (а). Пространственное распределение фотолюминесценции при различных взаимных расположениях иглы АСМ и золотой наночастицы в фокусе фемтосекундного пучка (b). Белой стрелкой показана поляризация пучка. Вставками показаны сечения вдоль линий, отмеченных на изображениях.	92
3.7	Геометрия задачи численного моделирования распределения электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, создаваемого иглой АСМ и золотой наночастицей, облучаемых лазерным пучком. (а) Трёхмерное изображение зонда и наночастицы, (b) схема ячейки (вид в профиль) для численных расчётов.	94
3.8	Численно рассчитанные топографические карты интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} при сканировании золотой наночастицы иглой АСМ. Пунктирной линией обозначены контуры наночастицы, стрелочка указывает направление поляризации падающего поля $\mathbf{E}_0$	98
3.9	Зависимость интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} от расстояния между золотой наночастицей и иглой АСМ.	99
3.10	Численно рассчитанные топографические карты интенсивности двухфотонной люминесценции I^{NL} при сканировании золотой наночастицы иглой АСМ. Пунктирной линией обозначены контуры наночастицы, стрелочка указывает направление поляризации падающего поля $\mathbf{E}_0$, направленной под углом 30° к оси Y	100