II Всероссийская школа по экспериментальной лабораторной астрофизике и геофизике

Моделирование и мониторинг электромагнитного окружения Земли

в контексте глобальной электрической цепи

 Φ . Г. Сарафанов¹

Коллектив: Н.В. Ильин, Н.Н. Слюняев, А.А. Евтушенко, Е.А. Мареев, Ю.В. Шлюгаев, М.В. Шаталина, А.В. Волкова, А.А. Долинин

¹Институт прикладной физики им. А.В.Гапонова-Грехова РАН

Глобальная цепь постоянного тока — DC GEC

- 1 Атмосфера обладает проводимостью, зависящей от высоты $\sigma(z) \sim \exp\{z/H\}$
- 2 Источниками стороннего тока j_s являются электрически активные облака
- 3 Источники «включены» всегда, но их активность модулируется погодно-климатическими условиями
- Поверхность Земли и нижняя ионосфера хорошие проводники, на которых замыкаются токи зарядки (токи «плохой» погоды) и омические токи (токи «хорошей» погоды)



$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left(\sigma \operatorname{grad} \varphi \right) &= \operatorname{div} \mathbf{j}_{s} \\ \oint_{\Gamma_{1}} \sigma \operatorname{grad} \varphi \cdot \mathbf{n} \, ds &= \oint_{\Gamma_{1}} \mathbf{j}_{s} \cdot \mathbf{n} \, ds \\ \varphi|_{\Gamma_{1}} &= 0, \qquad \varphi|_{\Gamma_{2}} &= V_{\operatorname{ion}} \end{aligned}$$

Реализация расчёта токов



- 1 Желателен расчёт
 - электродинамики на мелких сетках с учётом микрофизики облака
- 2 В климатических моделях такой расчёт пока невозможен

- 3 На крупных сетках вынуждены использовать «прокси»-параметры для подсеточной параметризации
- 4 Поиск прокси: перебор, машинное обучение и т.п.
- 5 Из физических соображений построено несколько параметризаций. Мы используем постоянную плотность тока, но площадь источников определяем как f(CAPE, P, PW)

Столбчатая модель DC GEC



2 Рассматриваем квазистационарную систему (справедливо для времён $\gtrsim 10$ мин)



Ячейки с облаками различных типов





5/36

Ионосферный потенциал в столбчатой модели

$$V_{\text{ion}} = \sum_{i,j=1}^{n,m} \left[\frac{S_{ij} \int_{0}^{z_{\text{max}}} \frac{\mathbf{j}_{sij}(z) \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}z}{\sigma_{ij}(z)}}{\int_{0}^{z_{\text{max}}} \frac{\mathrm{d}z}{\sigma_{ij}(z)}} \right] / \sum_{i,j=1}^{n,m} \frac{S_{ij}}{\int_{0}^{z_{\text{max}}} \frac{\mathrm{d}z}{\sigma_{ij}(z)}} \right]$$

$$U_{ij} = \int_{0}^{z_{\max}} \frac{\mathbf{j}_{sij}(z) \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}z}{\sigma_{ij}(z)} \quad \Rightarrow \quad I_{ij} = \frac{U_{ij}}{R_{ij}}, \quad V_{ij} = I_{ij} / \sum_{i,j=1}^{n,m} \frac{1}{R_{ij}}, \quad V_{\mathrm{ion}} = \sum_{i,j=1}^{n,m} V_{ij}$$

Интеграция в климатические модели



Измерения ионосферного потенциала





$$E_z(z) \approx E_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

Самолётные измерения профиля АЭП:
 И. М. Имянитов (1957),
 R. Markson (1976, 1999, 2007) (см. рисунок)

Баллонные измерения профиля АЭП:
 Т. Ogawa (1966),
 H. J. Fisher, R. P. Mühleisen (1974)

Общая методика получения значения ионосферного потенциала — измерение профиля АЭП хорошей погоды и последующее интегрирование

$$V_i = \int_{0}^{z_{\text{max}}} E_z^{\text{meas}} \, \mathrm{d}z + \int_{z_{\text{max}}}^{z_{\text{ion}}} E_z^{\text{approx}} \, \mathrm{d}z$$

Измерения ионосферного потенциала (ИП)

Миниатюрный EFM



Прототип легковесного датчика для метеозондирования R. G. Harrison (2020)

Статистика значений ионосферного потенциала



9/36

Создание датчика для измерения ИП

- Чувствительность не менее 1 В/м
- Работа от одного элемента питания не менее 3 часов
- Вес не более 250 г
- Напряжение питания 3 В
- Низкая стоимость

Чертёж датчика в сборе





- 1- электромотор, f_{вр}=100 об/сек
- батарейный отсек, объединённый с приёмопередающим модулем
- 3 один из двух электродов вращающегося диполя
- 4 диэлектрический зазор между электродами
- 5 крепление к метеозонду и коннектор UART приёмопередающего модуля

Под электромотором 1 размещены ИК-светодиод для синхронного детектирования и модуль IRDA для приёма оцифрованного измеряемого сигнала, управляемые приёмопередающим модулем на основе MK TI MSP430G2553

Принципиальная схема датчика



Вращающийся диполь А: 1,2 — электроды диполя, 3,4,5,6 — сверхчувствительный инструментальный усилитель с обвязкой, 7 — МК MSP430 с интегрированным 24-bit Σ/Δ АЦП, 8 — детектор полного оборота, 9 — передающий ИК-светодиод*

База датчика Б: 10 — постоянно работающий ИК-светодиод, 11 — приёмный фототранзистор*, 12 — МК MSP430, 13–16 — ТТL подключение к зонду Vaisala

*В последней ревизии 10, 11 заменены на модули IRDA

Работа над датчиком продолжается



Слева направо: Ф.Г. Сарафанов (в руках датчик), А.В. Волкова, Н.В. Ильин, А.А. Долинин, Д.И. Кульшин





Задача №1: суточная вариация E_z

На сайте (eee.ipfran.ru/sarov24) доступны методическая литература по теории ГЭЦ и измерениям электрического поля хорошей погоды, а также архив данных измерений E_z на антарктической станции Восток (2006-2019).

Отберите из данных дни, соответствующие условиям хорошей погоды либо по метеокритериям (отсутствие облаков и осадков, ветер не более 5 м/с), используя общедоступные метеоархивы (например, rp5.ru), либо по значениям поля (в сутках есть измерения за все 24 часовых интервала, в каждом интервале поле лежит в пределах 0...1000 В/м, разброс peak-to-peak за сутки не превышает 150% от среднедневного значения).

Постройте среднюю за все время наблюдений суточную вариацию отобранных значений электрического поля. Проверьте, сохраняется ли вариация при выборе различных временных периодов из исходного ряда (например, 2006-2008 vs 2013-2015). Сравните полученную вариацию с кривой Карнеги [см. R.G. Harrison, «The Carnegie Curve»].

Глобальная цепь переменного тока — АС GEC

 $\sigma_i \gg \sigma_0$ Земля $\sigma_e \gg \sigma_0$

- В резонаторе Земля-Ионосфера возможны поперечные и продольные (Шумановские) резонансы
- 2 Возбуждение мод в резонаторе происходит за счёт глобальной молниевой активности
- 3 Резонансы существуют и без проводимости атмосферы
- 4 Реалистичные значения резонансных частот возможны только при учёте проводимости
- 5 Обнаружены эффекты и исследуется механизм воздействия резонансных частот (2 гармоника ШР) на биологические объекты

Математические аспекты задачи АС GEC

Комплексная диэлектрическая проницаемость:

 $arepsilon({f r},\omega)=1+rac{4\pi\sigma({f r})}{i\omega}$

Уравнения на частоте ω

$$\begin{split} & \operatorname{rot} \mathbf{E}^{\omega} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{H}^{\omega} \\ & \operatorname{rot} \mathbf{H}^{\omega} = \frac{i\omega\varepsilon}{c} \mathbf{E}^{\omega} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}^{\omega} \\ & \mathbf{E}_{\tau}^{\omega}|_{\Gamma_{1}} = 0, \quad \mathbf{E}_{\tau}^{\omega}|_{\Gamma_{2}} = 0 \end{split}$$

Сторонний ток молниевых разрядов, дополняющий ток проводимости в законе Ома:

$$\mathsf{J}^{\omega}(\mathbf{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathsf{J}(\mathbf{r},t) e^{-i\omega t} \, \mathrm{d}t$$

Случай проводящей среды ($\sigma(\mathbf{r}) \neq 0$):

> Задача имеет единственное решение ($\mathbf{E}^{\omega}(\mathbf{r},\omega), \mathbf{H}^{\omega}(\mathbf{r},\omega)$) при заданной проводимости $\sigma(\mathbf{r})$ и заданном источнике $\mathbf{J}^{\omega}(\mathbf{r},\omega)$

Случай непроводящей среды ($\sigma(\mathbf{r})\equiv 0$, $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)\equiv 1$):

- **Ε** Εсть набор резонансных частот $\{\omega_n\}$ и собственных мод $\{(\mathbf{E}_{nk}^{\omega}(\mathbf{r}, \omega), \mathbf{H}_{nk}^{\omega}(\mathbf{r}, \omega))\}$
- На нерезонансных частотах задача имеет единственное решение ($\mathbf{E}^{\omega}(\mathbf{r},\omega), \mathbf{H}^{\omega}(\mathbf{r},\omega)$) при заданном источнике $\mathbf{J}^{\omega}(\mathbf{r},\omega)$
- На резонансной частоте ω_n решение определено с точностью до комбинации собственных мод, отвечающих этой частоте

Уравнения в сферических координатах



Уравнения для компонент полей

$$\operatorname{div}_{\perp} \left(\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{\perp}^{\omega} \right) = \frac{i\omega}{c} H_{r}^{\omega}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \mathbf{E}_{\perp}^{\omega} \right)}{\partial r} - \operatorname{grad}_{\perp} E_{r}^{\omega} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\perp}^{\omega}$$

$$\operatorname{div}_{\perp} \left(\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\perp}^{\omega} \right) = -\frac{i\omega\varepsilon}{c} E_{r}^{\omega} - \frac{4\pi}{c} J_{r}^{\omega}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \mathbf{H}_{\perp}^{\omega} \right)}{\partial r} - \operatorname{grad}_{\perp} H_{r}^{\omega} = -\frac{i\omega\varepsilon}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{E}_{\perp}^{\omega} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{J}_{\perp}^{\omega}$$

$$\mathbf{E}_{\perp}^{\omega}|_{r=R_{0}} = 0, \quad \mathbf{E}_{\perp}^{\omega}|_{r=R_{1}} = 0$$

- В случае $\sigma(\mathbf{r}) = \sigma(r)$ задачу можно представить в виде суперпозиции двух независимых подзадач
- Каждая из подзадач может быть описана в терминах одной потенциальной функции (U или V)
- В основе разложение поперечных компонент полей на безвихревую и бездивергентную части

Уравнения для потенциальных функций

Поперечную часть стороннего тока можно представить в виде ${f J}_{\perp}^{}={
m grad}_{\perp}\,\psi+{f n} imes{
m grad}_{\perp}\,\chi$

Задача для функции
$$U(\mathbf{r}, \omega)$$

 $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \Delta_{\perp} U + \frac{\omega^2}{c^2} U = -\frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} J_r^{\omega} + \frac{4\pi}{i\omega} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\psi}{\varepsilon} \right)$
 $\frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = \frac{4\pi}{i\omega} \psi|_{r=R_0}, \quad \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = \frac{4\pi}{i\omega} \psi|_{r=R_1} + \text{const}$

Задача для функции $V(\mathbf{r}, \omega)$ $\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \Delta_\perp V + \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} V = \frac{4\pi}{c} \chi$ $V|_{r=R_0} = 0, \quad V|_{r=R_1} = \text{const}$ Компоненты полей

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\perp}^{\omega} &= \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad}_{\perp} \frac{\partial U}{\partial r} + \\ &+ \frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \times \operatorname{grad}_{\perp} V - \frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} \operatorname{grad}_{\perp} \psi \\ E_{r}^{\omega} &= -\frac{1}{\varepsilon} \Delta_{\perp} U - \frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} J_{r}^{\omega} \\ \mathbf{H}_{\perp}^{\omega} &= -\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \times \operatorname{grad}_{\perp} U + \operatorname{grad}_{\perp} \frac{\partial V}{\partial r} \\ H_{r}^{\omega} &= -\Delta_{\perp} V \end{aligned}$$

Задачи для функций $U(\mathbf{r},\omega)$ и $V(\mathbf{r},\omega)$ можно решать методом разделения переменных, раскладывая всё в ряды по сферическим функциям и решая уравнения для коэффициентов

Задача с чисто радиальным сторонним током

В задаче о колебаниях в шумановском частотном диапазоне с чисто радиальным сторонним током ($\mathbf{J}_{\perp}^{u}=0$) достаточно одной потенциальной функции $U(\mathbf{r},\omega)$

Задача для функции $U(\mathbf{r},\omega)$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \Delta_{\perp} U + \frac{\omega^2}{c^2} U = -\frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} J_r^{\omega}$$
$$\frac{\partial U}{\partial r} \bigg|_{r=R_0} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial r} \bigg|_{r=R_1} = 0$$

Компоненты полей

$$\begin{split} \mathbf{E}_{\perp}^{\omega} &= \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad}_{\perp} \frac{\partial U}{\partial r}, \qquad E_{r}^{\omega} &= -\frac{1}{\varepsilon} \Delta_{\perp} U - \frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} J_{r}^{\omega} \\ \mathbf{H}_{\perp}^{\omega} &= -\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \times \operatorname{grad}_{\perp} U, \quad H_{r}^{\omega} &= 0 \end{split}$$

Решение методом разделения переменных: $U(r, \vartheta, \varphi, \omega) = \sum_{l,m} R_{lm}(r, \omega) Y_l^m(\vartheta, \varphi)$

Задача для функции
$$R_{lm}(r,\omega)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{dR_{lm}}{dr}\right) + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{l(l+1)}{\varepsilon r^2}\right) R_{lm} = J_{lm}$$

$$\frac{dR_{lm}}{dr}\Big|_{r=R_0} = 0, \quad \frac{dR_{lm}}{dr}\Big|_{r=R_1} = 0$$
 $\varepsilon(r,\omega) = 1 + \frac{4\pi\sigma(r)}{i\omega}$
 $J_{lm}(r,\omega) = -\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{4\pi J_r^{\omega}(r,\vartheta,\varphi,\omega)\overline{Y_l^m}(\vartheta,\varphi)}{i\omega\varepsilon(r,\omega)}\sin\vartheta \,d\vartheta \,d\varphi$

Дальнейшее упрощение описания источников

- Молниевые разряды описываются линейными радиальными токами (с помощью дельта-функции по θ и φ)
- Линейные радиальные токи заменяются на точечные токовые диполи соответствующей величины
- Характерный вертикальный масштаб L предполагается одинаковым для всех молниевых разрядов
- Соотношение L « R₁ R₀ позволяет приближённо перенести источники в граничные условия

j-ый молниевый разряд происходит в точке с координатами (ϑ_j, φ_j) и описывается осциллограммой тока возвратного удара $I_j(t)$ с фурье-образом $I_j^{\omega}(\omega)$ Задача для функции $R_{lm}(r, \omega)$ $\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{dR_{lm}}{dr}\right) + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{l(l+1)}{\varepsilon r^2}\right) R_{lm} = 0$ $\frac{dR_{lm}}{dr}\Big|_{r=R_0} = -\frac{4\pi L}{i\omega R_0^2} \sum_j I_j^{\omega}(\omega) \overline{Y_l^m}(\vartheta_j, \varphi_j), \quad \frac{dR_{lm}}{dr}\Big|_{r=R_1} = 0$

Параметризация тока молниевого разряда



100 150 200 250 300 350 400 450 500

Время, мкс

0

0 50



Схема модели ГЭЦ переменного тока



World Wide Lightning Location Network

Основные параметры молниевых вспышек, определяемые WWLLN:

- Координаты разряда (широта и долгота)
- Время разряда
- Энергия разряда (позволяет оценить пиковый ток)



Количество вспышек за день в ячейках сетки $1^\circ \times 1^\circ$ по данным WWLLN (среднее за 2015–2021 годы)

Расчёт резонансов по данным WWLLN



Проводимость:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \exp\left(\frac{r-R_0}{D}\right)$$

 Источники: молниевые разряды по данным WWLLN за 18:00–18:30 UTC 1 июля 2020 года

• Точка наблюдения: 45° с.ш., 180° в.д.

Расчёт резонансов по данным WWLLN



Проводимость:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \exp\left(\frac{r-R_0}{D}\right)$$

 Источники: молниевые разряды по данным WWLLN за 18:00–18:30 UTC 1 июля 2020 года

```
• Точка наблюдения: 45° с.ш., 180° в.д.
```

Видны резонансы на частотах, близких к наблюдаемым в измерениях

Среднесуточная картина резонансов



Проводимость:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \exp\left(\frac{r-R_0}{D}\right)$$

- Источники: молниевые разряды по данным WWLLN за последовательные 30-минутные интервалы в течение 1 июля 2020 года (48 отдельных расчётов)
- **Точка наблюдения:** 45° с.ш., 180° в.д.

При усреднении по большому количеству независимых расчётов картина резонансов становится более упорядоченной и ясной

Среднесуточная картина резонансов



Проводимость:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \exp\left(\frac{r-R_0}{D}\right)$$

- Источники: молниевые разряды по данным WWLLN за последовательные 30-минутные интервалы в течение 1 июля 2020 года (48 отдельных расчётов)
- **Точка наблюдения:** 45° с.ш., 180° в.д.

При усреднении по большому количеству независимых расчётов картина резонансов становится более упорядоченной и ясной

Задача №2: суточная вариация молний

На сайте (eee.ipfran.ru/sarov24) доступен архив наблюдений всемирной грозопеленгационной сети (WWLLN) за 1 июля 2022 года.

Постройте количество молний в мире за час в зависимости от времени суток (суточная вариация молниевой активности). Сравните с суточной вариацией электрического поля хорошей погоды, полученной в Задаче №1. Объясните сходство и различие вариаций, пользуясь предоставленным методическим пособием (часть 2).

Задача повышенной сложности. Используя математический аппарат ГЭЦ переменного тока (полный вывод всех уравнений предоставлен в пособии), найдите коэффициенты разложения спектра возбуждаемых единичным разрядом колебаний в ряд по сферическим гармоникам. Рассчитайте суммарный спектр от всех разрядов (их координаты доступны в файле, токи считайте равными 30 кА) по часовым интервалам. Из расчётов найдите суточный ход амплитуды и частоты первой гармоники (~7.8 Гц).



Временная кластеризация пришедших сигналов



Местоопределение разрядов молний

Время прихода сигнала:

$$t_i = t_0 + rac{r_i}{c} \ \Rightarrow \ rac{r_i - r_j}{c} = t_i - t_j = \Delta t_{ij}$$

Известно только Δt_{ij} . Строится функция невязки

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} (R_i - R_j - c\Delta t_{ij})^2$$

 $f(x_0,y_0)\equiv 0.$

Метод минимизации (в нашем случае — Нелдера-Мида) позволяет найти точку разряда (x₀, y₀).



Типичная гроза по данным NNLDN 29.07.2022—19770 разрядов

33/36

Молниевая активность в регионе



Сплошной кривой приведены количества разрядов за неделю, подписи над максимумами обозначают количество разрядов за соответствующий год. Здесь молнии по данным WWLLN

Заключение

- **1** На базе ИПФ РАН созданы и развиваются методы численного моделирования глобальной электрической цепи как постоянного, так и переменного тока
- 2 Созданные методы позволили обнаружить достоверное воздействие ряда погодно-климатических мод на ГЭЦ постоянного тока
- З Развернут широкий спектр натурных измерений электрических параметров в тропосфере: электрические поля хорошей и плохой погоды, магнитные поля шумановского диапазона, региональная грозопеленгация и ряд других
- 4 Ведётся работа над созданием датчика для собственной экспериментальной кампании по регулярному измерению профиля *E*_z. Целью является измерение долгосрочной динамики ИП
- 5 Остается открытым для исследования большое количество прикладных вопросов теории ГЭЦ; в частности, связанных с корректной параметризацией стороннего тока, учетом не облачных источников ГЭЦ и т.д.



eee.ipfran.ru/sarov24

Спасибо за внимание!